



Из двух нормальных кривиз линий на поверхности (3), относительно векторов нормалей (6) и (7), нормаль (6) содержится как часть главной нормали линии (18).

Литература

1. Ильинская-Каряпаклиева И., Марков П.Е., Сабитов И.Х. Изгибающие поверхности. III. – Фундаментальная и прикладная математика, том 12. (2006), № 1, С. 3 – 56.
2. Ильин А.О., Тужикин А.А. Лекции по классической дифференциальной геометрии. – М.: Новая университетская библиотека, 2009 – 233с.
3. Торн Дж. Начальные главы дифференциальной геометрии. Волгоград: «Плутон», 1998 – 360с.
4. Долгарев А.И. Многомерные поверхности I. Выражение коэффициентов второй квадратичной формы симплексной поверхности через коэффициенты первой квадратичной формы// Материалы X Международной научно-практической конференции «Moderni vypitazhenosti vedy - 2014», dil 34. Matematyka, Fizyka. Praga. Publishing House «Education and Skiesoce». a.r.o. – 2014. С. 30 – 40.

Абатов Н.Т.

кандидат физико-математических наук, доцент
Костанайского государственного университета им. А.Байтурсынова
г. Костанай, Казахстан

О МЕТОДАХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Выпускники школ затрудняются при решении сложных задач на преобразование тригонометрических выражений, которые часто встречаются на ЕНТ по математике. Поэтому рассмотрим некоторые тригонометрические выражения и указем способы их преобразования.

Задача №1. Упростите выражение: $\sqrt{(1 - \sin \alpha \cos \beta)^2 + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}$.

Решение. Применим формулу $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ и раскроем скобки.
$$\begin{aligned} & \sqrt{(1 - \sin \alpha \cos \beta)^2 + (\sin \alpha)^2 \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - 2 \sin \alpha \cos \beta + (\sin \alpha)^2 \cos^2 \beta} = \\ & = \sqrt{(\cos \alpha - \sin \beta)^2} = |\cos \alpha - \sin \beta| \end{aligned}$$

Ответ: $|\cos \alpha - \sin \beta|$

Задача №2. Упростите выражение: $\frac{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma}{\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma}$.

$$\sin \alpha + \sin \beta = \frac{2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)}{2} \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

Решення. Применяя формулу:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Тогда имеем: $\operatorname{tg} \alpha$,

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha$.

$$4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right)$$

Задача №3. Упростите выражение:

Решение. Применяя формулу:

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

Тогда имеем:

Ответ: $\sin 2\alpha$.

Задача №4. Вычислите: $\operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ$.

Решение. Учтём, что $9^\circ + 81^\circ = 90^\circ$, $27^\circ + 63^\circ = 90^\circ$.

Тогда имеем: $\operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ + \operatorname{tg} 63^\circ =$

$$\frac{\sin(27^\circ + 63^\circ)}{\cos 27^\circ \cos 63^\circ} =$$

$$\frac{2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{2 \cdot 2 \sin \frac{54^\circ - 18^\circ}{2} \cos \frac{54^\circ + 18^\circ}{2}}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \sin 18^\circ \cos 36^\circ}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \cos 36^\circ}{\sin 54^\circ} = \frac{\cos 36^\circ}{\sin 36^\circ} = 1$$

$$\operatorname{tg} [90^\circ / \sin(\operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ)] = \operatorname{tg} [90^\circ / 1] = 1 / \operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ = 1 / \operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg}(90^\circ - 9^\circ) = 1 / \operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{ctg} 9^\circ = 1 / \operatorname{tg} 9^\circ + 1 / \operatorname{tg} 9^\circ = 2 / \operatorname{tg} 9^\circ = 2 \operatorname{ctg} 9^\circ = 2 \operatorname{ctg} (45^\circ - 36^\circ) = 2 \operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{ctg} 36^\circ + 2 \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 36^\circ = 2 \cdot 1 \cdot \operatorname{ctg} 36^\circ + 2 \cdot 1 \cdot \operatorname{tg} 36^\circ = 2 (\operatorname{ctg} 36^\circ + \operatorname{tg} 36^\circ) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = \frac{2 \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)}{2}, \text{ тогда имеем:}$$

$$\frac{2(\sin 54^\circ - \sin 18^\circ)}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{2 \cdot 2 \sin \frac{54^\circ - 18^\circ}{2} \cos \frac{54^\circ + 18^\circ}{2}}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \sin 18^\circ \cos 36^\circ}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \cos 36^\circ}{\sin 54^\circ} = \frac{\cos 36^\circ}{\sin 36^\circ} = 1$$

Ответ: 4.

Литература

1. Абатов Н.Т. Методы решения задач по математике. Алгебра. Учебное пособие для поступающих в ВУЗы. - Костанай, 1998г.
2. Потапов М.К., Олешик С.Н., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике. Справочное пособие.-Москва,1995г.
3. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во ВТУЗы. Учебное пособие / Под редакцией М.И. Скансан.-Москва,1978г.