20

МАТЕРИАЛИ
ЗА X МЕЖДУНАРОДНА
НАУЧНА ПРАКТИЧНА
КОНФЕРЕНЦИЯ

НАЙНОВИТЕ ПОСТИЖЕНИЯ НА ЕВРОПЕЙСКАТА НАУКА - 2014

17 - 25 юни 2014 г.

Том 20
Математика
Физика
Съвременни
технологии на
информации

София
«Бял ГРАД-БГ» ООД
2014

Полученные значения показывают распределение трафика по путям передачи информации. Распределение трафика по системам определяется, как: $\overline{\lambda}_{branches} = \overline{C\lambda}$ [2-3]. Для заданных начальных значений загрузки, распределение трафика по системам выглядит, как: $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_{14} = \lambda_{15} = 50$, $\lambda_2 = \lambda_6 = 74.138$, $\lambda_4 = \lambda_8 = \lambda_{12} = \lambda_{13} = 24.138$, $\lambda_5 = \lambda_7 = 0$, $\lambda_9 = 93.103$, $\lambda_{10} = \lambda_{11} = 44.828$.

Дальнейшая задача заключается в определении вектора начальных загрузок, которые обеспечат задание требуемых интенсивностей потоков, создаваемых пользователями.

Таким образом, можно сделать вывод о возможности применения контурных тензорных моделей для распределения трафика в инфокоммуникационных сетях. Основными достоинствами такой модели являются: инвариантность моделей, хорошая формализуемость и простота программной реализации.

Литература:

1. Петров А.Е. Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985.
2. Пономарев Д.Ю. Тензорная методология в телекоммуникациях // Системы управления и информационные технологии. – 2006. – 1.1(23). – С. 161-165.
3. Пономарев Д.Ю. Контурный метод тензорного анализа инфокоммуникационных сетей // Materiály X mezinárodní vědecko – praktická konference «Efektivní nástroje moderních věd – 2014». Matematika. – Praha: Publishing House «Education and Science» s.r.o. – 2014. – S. 68-73.

Абатов Н.Т., к-ф. н., доцент

Костанайский государственный университет им. А.Байтурсынова
г.Костанай, Казахстан

О МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Выпускники школ затрудняются при решении сложных логарифмических неравенств, которые часто встречаются на ЕНТ по математике. Поэтому рассмотрим некоторые сложные логарифмические неравенства и укажем способы их решения.

№1. Решите неравенство: $\log_2^2(-x) - \log_2 x^4 + 3 \le 0$

Решение. Преобразуем данное неравенство к виду:
$\log_2^2 x - \log_2(-x)^4 + 3 \le 0.$ Применяем формулу:

$\log_a x^n = n\log_a x$, где $x > 0, a > 0, a \neq 1$. Тогда имеем:

$\log_2^2(-x) - 4\log_2(-x) + 3 \leq 0$

Введём замену $y = \log_2(-x)$. Тогда получаем квадратное неравенство:

$y^2 - 4y + 3 \leq 0$. **(1)**

Применяем метод интервалов. Тогда $1 \leq y \leq 3$ решение неравенства **(1)**.

Производим обратную замену $y = \log_2(-x)$.

Тогда имеем: $1 \leq \log_2(-x) \leq 3$,

$\begin{cases} 2^1 \leq -x \leq 2^3, \\ -x > 0, \end{cases}$ $\begin{cases} 2 \leq -x \leq 8, \\ x < 0, \end{cases}$ $\begin{cases} -8 \leq x \leq -2, \\ x < 0. \end{cases}$

Таким образом, [-8;-2] решение исходного неравенства.

Ответ: [-8;-2].

№2. Решите неравенство: $2\log_3^2 x + 2\log_3 x - 8 \geq 25^{\log_5 \log_3 x}$

Решение. Применяем формулу $a^{\log_a x} = x$, где $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Тогда $25^{\log_5 \log_3 x} = 5^{2\log_5 \log_3 x} = 5^{\log_5 (\log_3 x)^2} = \log_3^2 x$ и данное неравенство примет вид:

$2\log_3^2 x + 2\log_3 x - 8 \geq \log_3^2 x$, $\log_3^2 x + 2\log_3 x - 8 \geq 0$.

Введем замену $y = \log_3 x$. Тогда получаем неравенство $y^2 + 2y - 8 \geq 0$.

Применяем метод интервалов. Тогда $y \leq -4, y \geq 2$ решение неравенства $y^2 + 2y - 8 \geq 0$.

Производим обратную замену $y = \log_3 x$ и учтем область определения функции. Тогда имеем:

a) $\begin{cases} \log_3 x \leq -4, \\ \log_3 x > 0. \text{(ОДЗ)} \end{cases}$

Эта система неравенств не имеет решений.

b) $\begin{cases} \log_3 x \geq 2, \\ \log_3 x > 0, \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 3^2, \\ x > 0. \end{cases}$

Тогда $[9; +\infty)$ решение исходного неравенства.

Ответ: $[9; +\infty)$.

№3. Решите неравенство: $\log_2 x - \log_x 64 \geq 1$.

Решение. Применяя формулы: $\log_a x^n = n\log_a x$, где $x > 0, a > 0, a \neq 1$,

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, где $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$, и приводим к одному основанию 2. $\log_2 x - \log_x 2^6 \geq 1$, $\log_2 x - 6\log_x 2 \geq 1$, $\log_2 x - \frac{6}{\log_2 x} \geq 1$.

Введём замену $y = \log_2 x$. Тогда имеем: $y - \frac{6}{y} \geq 1$, $\frac{y^2 - y - 6}{y} \geq 0$. **(2)**

Это дробно-рациональное неравенство. Применяем метод интервалов. Тогда $-2 \leq y < 0$, $y \geq 3$ решение дробно-рационального неравенства **(2)**.

Производим обратную замену : $y = \log_2 x$. Учтём область определения исходной функции: $x > 0, x \neq 1$. Тогда имеем:

a) $-2 \leq \log_2 x < 0$

$\begin{cases} 2^{-2} \leq x < 2^0, \\ x > 0, x \neq 1, \end{cases}$ $\begin{cases} 0{,}25 \leq x < 1, \\ x > 0, x \neq 1. \end{cases}$

Итак, [0,25; 1) является решением неравенства в первом случае.

b) $\begin{cases} \log_2 x \geq 3, \\ x > 0, x \neq 1, \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 2^3, \\ x > 0, x \neq 1. \end{cases}$

Тогда $[8; +\infty)$ решение неравенства во втором случае.

Объединяем найденные решения. Тогда $[0{,}25; 1) \cup [8; +\infty)$ решение исходного неравенства.

Ответ: $[0{,}25; 1) \cup [8; +\infty)$.

№4. Решите неравенство: $lg^2(100x) - 25 \leq 12lgx - lg^2(10x)$.

Решение. Применяем формулу $log_a(xy) = log_a x + log_a y$, где $x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$. Тогда имеем:

$(lg100 + lgx)^2 - 25 \leq 12lgx - (lg10 + lgx)^2$,

$(2 + lgx)^2 - 25 \leq 12\,lgx - 1 - 2lg - lg^2x$,

$2lg^2x - 6lgx - 20 \leq 0$, $lg^2x - 3lgx - 10 \leq 0$.

Введём замену: y = lgx. Тогда имеем: $y^2 - 3y - 10 \leq 0$.

Решением квадратного неравенства является множество $-2 \leq y \leq 5$.

Производим обратную замену: y = lgx. Тогда: $-2 \leq log_2 x \leq 5$,

$\begin{cases} 10^{-2} \leq x \leq 10^5, \\ x > 0. \end{cases}$

Тогда множество $[0{,}01; 100000]$ является решением исходного неравенства.

Ответ: $[0{,}01; 100000]$.

№5. Решите неравенство: $5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} < 10.$

Решение. Применяем формулу: $a^{\log_a x} = x$, где $x > 0, a > 0, a \neq 1.$

Тогда имеем:

$\left(5^{\log_5 x}\right)^{\log_5 x} + x^{\log_5 x} < 10, \quad x^{\log_5 x} + x^{\log_5 x} < 10, \quad x^{\log_5 x} < 5.$

Логарифмируем обе части данного неравенства по основанию 5. Тогда имеем:

$\log_5(x^{\log_5 x}) < \log_5 5, \qquad \log_5 x \log_5 x < 1,$

$\log_5^2 x < 1, \quad -1 < \log_5 x < 1, \qquad \begin{cases} 5^{-1} < x < 5^1, \\ x > 0. \end{cases}$

Тогда множество $(0{,}2; 5)$ является решение исходного неравенства.

Ответ: $(0{,}2; 5)$.

Литература

1. Абатов Н.Т. Методы решения задач по математике. Алгебра. Учебное пособие для поступающих в ВУЗы.- Костанай, 1998г.
2. Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике. Справочное пособие.-Москва,1995г.
3. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во ВТУЗы. Учебное пособие / Под редакцией М.И. Сканави.-Москва,1978г.

Абатов Н.Т., к.ф-м.н., доцент

Костанайского государственного университета им. А.Байтурсынова

г.Костанай, Казахстан

О МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Выпускники школ затрудняются при решении сложных тригонометрических неравенств, которые часто встречаются на ЕНТ по математике. Поэтому рассмотрим некоторые сложные тригонометрические неравенства и укажем способы их решения.

Задача №1. Решите неравенство: $2\cos^2 5x - 9\sin 5x \geq -3.$

Решение. Применяем формулу $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha.$ Тогда уравнение примет вид: $2(1-\sin^2 5x) - 9\sin 5x \geq -3,$

$2 - 2\sin^2 5x - 9\sin 5x \geq -3, \qquad 2\sin^2 5x + 9\sin 5x - 5 \leq 0$

Введём замену: $y = \sin 5x$. И получаем квадратное неравенство:

$2y^2 + 9y - 5 \leq 0$

Применяем метод интервалов. Находим корни квадратного трехчлена:

$y_1 = -5, y_2 = \frac{1}{2}$. Тогда множество $-5 \leq y \leq \frac{1}{2}$ является решением квадратного неравенства $2y^2 + 9y - 5 \leq 0$.

Производим обратную замену $y = \sin 5x$. Тогда имеем: $-5 \leq \sin 5x \leq \frac{1}{2}$.

Это двойное неравенство равносильно неравенству $\sin 5x \leq 0{,}5$, так как областью допустимых значений функции $y = \sin x$ является множество $[-1;1]$.

Итак, решаем неравенство $\sin 5x \leq 0{,}5.$

$\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq 5x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi + 2\pi n, \quad \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq 5x \leq \frac{13\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z,$

$\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{5} \leq x \leq \frac{13\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5}, n \in Z.$

Ответ: $[\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{5}; \frac{13\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5}], n \in Z$

Задача №2. Решите неравенство: $\cos x - \cos 0{,}5x + 1 \leq 0.$

Решение. Применяем формулу: $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1.$

Тогда имеем: $2\cos^2 0{,}5x - 1 - \cos 0{,}5x + 1 \leq 0,$

$2\cos^2 0{,}5x - \cos 0{,}5x \leq 0.$ Введём замену: $y = \cos 0{,}5x.$ Тогда получаем квадратное неравенство: $2y^2 - y \leq 0.$ Применяем метод интервалов. Тогда множество $0 \leq y \leq \frac{1}{2}$ является решением неравенства $2y^2 - y \leq 0.$

Производим обратную замену: $y = \cos 0{,}5x.$ Тогда имеем: $0 \leq \cos 0{,}5x \leq \frac{1}{2}.$

Решением этого двойного тригонометрического неравенства является совокупность двух неравенств вида:

$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 0{,}5x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z; \quad -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq 0{,}5x \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$

Преобразуем полученные неравенства:

$\frac{2\pi}{3} + 4\pi n \leq x \leq \pi + 4\pi n, n \in Z; \qquad -\pi + 4\pi n \leq x \leq -\frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in Z$