Министерство образования и науки Республики Казахстан

Костанайский государственный университет им. А.Байтурсынова

Кафедра электроэнергетики и физики

А.Ю.Валентова

МНОГОВАРИАНТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Механика

Учебно - методическое пособие

Костанай, 2017

УДК 530.1(075.8)
ББК 22.3 Я73
В15
Автор:
Валентова Анна Юрьевна, старший преподаватель кафедры электроэнергетики и физики

Рецензенты:
Джаманбалин Кадыргали Коныспаевич доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики и информационных технологий Костанайского социально – технического университета им. академика Зулкарнай Алдамжар
Кушнир Валентина Геннадьевна доктор технических наук, профессор, зав. кафедры машин, тракторов и автомобилей
Поезжалов Владимир Михайлович, кандидат физико-математических наук, профессор КГУ, доцент кафедры электроэнергетики и физики

Валентова А.Ю.
В15 Многовариантные задачи по физике. Механика.: Учебно-методическое пособие.– Костанай: КГУ имени А. Байтурсынова, 2017. – 96 с.

ISBN 978-601-7955-73-1

В учебно-методическое пособие включены основные положения механики, примеры решения многовариантных задач, а также многовариантные задачи для самостоятельного решения по каждой теме.

Особое внимание уделено подробному решению примеров многовариантных задач

Предназначено для студентов технических и технологических специальностей; оно может быть рекомендовано преподавателям высших учебных заведений при проведении учебных занятий по физике.

УДК 530.1(075.8)
ББК **22.3**

Утверждено и рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова 21.02.2018 протокол № 1.

ISBN 978-601-7955-73-1

Содержание

Введение

Общая физика является базовой дисциплиной для изучения инженерных дисциплин. Открытие физических законов явилось предпосылкой для развития техники и технологий. Важным разделом общей физики является механика. Механика – это часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение. Механику условно подразделяют на классическую механику, которая рассматривает движения макроскопических тел, совершающиеся со скоростями, во много раз меньше скорости света и релятивистскую механику, которая изучает законы движения тел в вакууме со скоростями, сравнимыми со скоростью света.

Решение задач наряду с выполнением лабораторных работ и изучением теоретического материала является важным аспектом изучения дисциплины. Вместе с тем, ввиду ограниченного количества задач в существующих задачниках и наличия доступа к готовым решениям путём использования интернета, учащиеся не имеют возможности приобрести самостоятельный опыт в решении задач. Кроме того, даже изменение численных данных в однотипной задаче позволяет воспользоваться единственным алгоритмом решения задачи всем и не оставляет никаких вариантов для самостоятельной работы учащегося. Использование многовариантной задачи, по своей сути, позволяет предложить учащимся несколько разных задач, которые заключены в одну единственную задачу и требуют разного, не повторяющегося решения для каждого варианта. Это позволяет увеличить долю самостоятельной работы каждого учащегося в процессе решения задач.

Данное пособие представляет собой краткий курс первого раздела общей физики - механики, включающий в себя все основные законы и понятия по таким разделам, как кинематика поступательного движения, кинематика вращательного движения, динамика поступательного движения, законы сохранения, механика твёрдого тела, тяготение, элементы теории поля, элементы механики жидкостей, элементы специальной (частной) теории относительности Оно содержит 129 формул и представляет интерес при решении задач по механике, причём формулы, которые получаются при решении каждой конкретной задачи не входят в число общих формул, ввиду их точечного применения в конкретной задаче.

Исчезающе малое количество иллюстраций несколько затрудняет пользование пособием, для тех, кто впервые в жизни изучает физику. Но, поскольку само пособие предназначено скорее для повторения курса механики в рамках изучения общей физики, в целях получения практического опыта в решении задач, этот недостаток можно считать несущественным.

В целом, изучение физики является крайне интересным и увлекательным занятием. Поэтому автор желает успехов всем, кто изучает этот предмет.

Тема 1 Кинематика поступательного движения

1.1 Основные теоретические положения

Кинематика – изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают.

Материальная точка – тело, форма и размеры которого несущественны в условиях данной задачи.

Поступательное движение – это движение, при котором любая прямая, жёстко связанная с телом, остаётся параллельной своему первоначальному положению.

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

Тело отсчёта – произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение остальных тел.

Система отсчёта – совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчёта.

Декартовая система координат - система, ортонормированный базис которой образован тремя единичными по модулю и взаимно ортогональными векторами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, проведёнными из начала координат.[1]

Положение материальной точки М характеризуется радиус-вектором $\vec{r}$, соединяющим начало координат О с точкой М.

Радиус-вектор, описывающий положение материальной точки в пространстве:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \tag{1}$$

Модуль радиус вектора*:*

$$\left|\vec{r}\right| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{2}$$

Движение материальной точки считается полностью определённым в том случае, если задана зависимость декартовых координат от времени – такая зависимость носит название кинематических уравнений движения точки.

Кинематические уравнения движения материальной точки:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \tag{3}$$

Векторное уравнение движения точки

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \tag{4}$$

Траектория – это линия, которая описывается движущейся материальной точкой

Длина пути материальной точки – это сумма длин всех участков траектории, пройденных этой точкой за рассматриваемый промежуток времени:

$$\Delta s = \Delta s(t) \tag{5}$$

Вектор перемещения – это вектор, проведённый из начального положения движущейся точки в положение её в данный момент времени (приращение радиус-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 \tag{6}$$

Скорость – это векторная величина, которая определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.

Вектором средней скорости - за интервал времени Δt называется отношение приращения $\Delta\vec{r}$ радиус-вектора точки к промежутку времени Δt:

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{7}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta\vec{r}$

Мгновенная скорость – векторная величина, равная первой производной по времени от радиус-вектора $\vec{r}$ рассматриваемой точки:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \tag{8}$$

Модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени:

$$v = |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \tag{9}$$

Средняя скорость неравномерного движения (средняя путевая скорость)

$$\langle v\rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{10}$$

Длина пути пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt \qquad (11)$$

Длина пути для равномерного прямолинейного движения

$$s = v \cdot \Delta t \qquad (12)$$

Ускорение – это векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению.

Среднее ускорение в интервале времени Δt - векторная величина, равная отношению изменения скорости $\Delta\vec{v}$ к интервалу времени Δt:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad (13)$$

Мгновенное ускорение материальной точки – векторная величина равная первой производной по времени скорости рассматриваемой точки (второй производной по времени от радиус-вектора этой же точки):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \qquad (14)$$

Вектор ускорения в случае плоского криволинейного движения представляют в виде суммы двух проекций:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau \qquad (15)$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по модулю:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \qquad (16)$$

Нормальное (центростремительное) ускорение направлено по нормали к траектории и характеризует быстроту изменения скорости по направлению:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \qquad (17)$$

Величина полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \qquad (18)$$

Путь для равнопеременного движения:

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \tag{19}$$

Скорость для равнопеременного движения:

$$v = v_0 \pm at \tag{20}$$

где v_0 - начальная скорость.

1.2 Примеры решения многовариантных задач.

Задача 1

Тело прошло первую половину пути за время t_1, вторую половину за время t_2. Средняя скорость тела равна v , если длина пути равна s.[2]

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 1):

Таблица 1

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_1, с	*	1	3	20	*	12	5	3	*	9
t_2, с	3	*	17	5	15	8	10	5	13	*
v , м/с	20	50	*	8	8	30	*	80	7	6
s, м	100	400	200	*	400	*	90	*	140	180

Решение.

Вариант 1

Дано:	Решение.
$t_2 = 5c$ $v = 20м/с$ $s = 100м$	Среднепутевая скорость определяется по следующей формуле: $$v = \frac{s}{t_1 + t_2}$$ Отсюда можно получаем выражение для t_1

	$$t_1 = \frac{s}{v} - t_2$$ Подставляем в формулу численные значения и получаем: $$t_1 = \frac{100\ \text{м}}{20\ \text{м/с}} - 3\text{с} = 2\text{с}$$
Найти: t_1 - ?	Ответ: $t_1 = 2c$

Вариант 2

Дано: $t_1 = 1c$ $v = 50\text{м/с}$ $s = 400\text{м}$	Решение. Среднепутевая скорость определяется по следующей формуле: $$v = \frac{s}{t_1 + t_2}$$ Отсюда можно получаем выражение для t_1 $$t_2 = \frac{s}{v} - t_1$$ Подставляем в формулу численные значения и получаем: $$t_2 = \frac{400\ \text{м}}{50\ \text{м/с}} - 1\text{с} = 7\text{с}$$
Найти: t_2 - ?	Ответ: $t_2 = 7c$

Вариант 3

Дано: $t_1 = 3c$ $t_2 = 17\text{с}$ $s = 200\text{м}$	Решение. Среднепутевая скорость определяется по следующей формуле: $$v = \frac{s}{t_1 + t_2}$$ Подставляем в формулу численные значения и получаем:

	$$v = \frac{200\,м}{3с + 17с} = 10м/с$$
Найти: v –?	Ответ: $v = 10м/с$

Вариант 4

Дано: $t_1 = 20с$ $t_2 = 5с$ $v = 8м/с$	Решение. Путь для равномерного прямолинейного движения определяется по следующей формуле: $$s = v \cdot (t_1 + t_2)$$ Подставляем в формулу численные значения и получаем: $$s = 8м/с \cdot (20с + 5с) = 200м$$
Найти: s–?	Ответ: $s = 200м$

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно

Задача 2.

Небольшое тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0. Дальность полёта равна L. Наивысшая высота подъёма равна H. Время подъёма до максимальной точки t. Время полёта τ.

Определить неизвестную физическую величину, в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 2):

Таблица 2.

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α,рад	$\pi/6$	$\pi/3$	*	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	*	*	$\pi/4$
v_0,м/с	50	*	60	*	*	*	*	90	60	25
L,м	*	*	*	*	*	30	*	*	*	*
H,м	*	26	*	*	*	*	*	*	45	*

t,с	*	*	4	2	*	*	3	7	*	*
τ,с	*	*	*	*	6	*	*	*	*	*

Решение.

Вариант 1

<table>
<tr>
<td>
Дано:
$\alpha = \pi/6$
$v_0 = 50\text{м/с}$
</td>
<td>
Решение.
Движение тела, брошенного под углом α к горизонту складывается из двух движений:
1) горизонтального (равномерного) движения со скоростью v_x
2) движения тела брошенного вверх со скоростью v_y
Проекции начальной скорости на оси координат:
На ось x:
$$v_{0x} = v_0 cos\alpha$$
На ось y:
$$v_{0y} = v_0 sin\alpha$$
При подъёме тела до верхней точки траектории проекции скорости можно записать так:
$$v_x = v_0 cos\alpha$$
$$v_y = v_0 sin\alpha - gt$$
Время подъёма находится из условия:
$$v_y = 0$$
Отсюда можно записать:
$$0 = v_0 sin\alpha - gt$$
Получим, что время подъёма:
$$t = \frac{v_0 sin\alpha}{g}$$
</td>
</tr>
</table>

Рассчитаем время подъёма:

$$t = \frac{50м/с \cdot sin\frac{\pi}{6}}{9{,}81м/с^2} = 2{,}55(с.)$$

Общее время движения находится из того соображения, что время падения тела равно времени его подъёма:

$$\tau = \frac{2v_0 sin\alpha}{g}$$

$$\tau = \frac{2 \cdot 50м/с \cdot sin\frac{\pi}{6}}{9{,}81м/с^2} = 5{,}1(с.)$$

Дальность броска рассчитывают так:

$$L = v_{0x} \cdot \tau = v_0 \tau cos\alpha$$

Откуда получают:

$$L = \frac{v_0^2 sin2\alpha}{g}$$

Рассчитаем дальность броска:

$$L = \frac{50м/с\ ^2 \cdot sin\frac{\pi}{3}}{9{,}81} = 220{,}7(м)$$

Максимальная высота подъёма:

$$H = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$$

где t – время подъёма.

Таким образом, высота подъёма будет равна:

$$H = \frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g}$$

Выполним вычисления:

	$$H=\frac{50м/с\ ^2\cdot sin^2\frac{\pi}{6}}{2\cdot 9{,}81}=31{,}86(м.)$$
Найти: $t-?$ $\tau-?$ $L-?$ $H-?$	Ответ: $t=2{,}55\ (с.)$ $\tau=5{,}1(с.)$ $L=441{,}4(м)$ $H=31{,}86(м.)$

Вариант 2

Дано: $\alpha=\frac{\pi}{6}$ $H=26м$	Решение: Воспользуемся формулой для высоты подъёма из предыдущего решения: $$H=\frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g}$$ Откуда находим выражение для начальной скорости: $$v_0=\sqrt{\frac{2gH}{sin^2\alpha}}$$ Рассчитаем начальную скорость: $$v_0=\sqrt{\frac{2gH}{sin^2\alpha}}=\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\frac{м}{с^2}\cdot 26м}{sin^2\frac{\pi}{3}}}=26{,}1(м\ \ с)$$ Найдём время подъёма: $$t=\frac{v_0 sin\alpha}{g}$$ Рассчитаем: $$t=\frac{v_0 sin\alpha}{g}=\frac{26{,}1м/с\cdot sin\frac{\pi}{3}}{9{,}81м/с^2}=2{,}3(c.)$$ Время полёта рассчитаем по следующей формуле:

	$\tau = 2t = 2 \cdot 2{,}3c = 4{,}6(c.)$ Дальность броска: $L = \frac{v_0^2 sin2\alpha}{g}$ Расчёт даёт: $L = \frac{26{,}1\text{м/с}\ ^2 \cdot sin\frac{2\pi}{3}}{9{,}81} = 60{,}16(\text{м})$
Найти: $v_0 -?$ $t -?$ $\tau -?$ $L -?$	Ответ: $v_0 = 26{,}1(\text{м} \;\; \text{с})$ $t = 2{,}3(c.)$ $\tau = 4{,}6(c.)$ $L = 60{,}16(\text{м})$

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно

1.3 Задачи для самостоятельного решения:

Задача 3

Вагон шириной b, движущийся со скоростью v_1, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно направлению движения вагона. Смещение отверстий в стенах вагона друг относительно друга равно s. Скорость пули равна v_2.

Определить неизвестную физическую величину, в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 3):

Таблица 3

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b,м	3,6	*	3,6	3,6	3,6	*	3,6	3,6	3,6	*
v_1,м/с	15	30	*	10	5	45	*	20	12	18
s,см	9,0	20,0	18,0	*	15,0	6,0	14,0	*	8,0	12,0
v_2,м/с	*	600	400	500	*	1000	800	700	*	900

Задача 4

Пассажир едет в поезде, скорость которого равна v_1. Навстречу этому поезду движется товарный поезд длиной l со скоростью v_2. Товарные поезд двигался мимо пассажира в течении времени t.

Определить неизвестную физическую величину, в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 4):

Таблица 4

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_1.км/ч	80	72	36	*	100	*	108	18	144	36
l,км	1,0	*	2,0	2,0	10	0,8	*	1,2	2,0	0,5
v_2. км/ч	40	36	36	36	*	18	18	*	18	*
t,с	*	60	*	180	30	20	25	120	*	10

Задача 5

Автомобиль начал движение с ускорением a и через время t оказался на расстоянии s от начальной точки. Скорость тела в этот момент времени составила v, а средняя скорость его движения равна v .

Определить неизвестную физическую величину, в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 5):

Таблица 5

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a, м/с	10	*	*	*	*	2	*	5	*	2
t, с	5	10	4	2	10	*	6	*	3	5
s, м	*	*	*	*	50	*	*	100	18	*
v, м/с	*	100	20	*	*	20	36	*	*	*
v ,м/с	*	*	*	6	*	*	*	*	*	*

Задача 6

С балкона бросили вертикально вверх мячик с начальной скоростью v_0. Через время t мячик упал на землю. Высота балкона над землёй h_0. Скорость мячика в момент удара об землю равна v.

Определить неизвестную физическую величину, в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 6): Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$м/с^2.

Таблица 6.

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_0, м/с	10	*	*	20	*	30	40	*	*	*
t, с	3	*	5	*	*	8	*	4	6	*
h_0, м	*	20	*	10	30	*	*	10	*	20
v, м/с	*	50	30	*	40	*	50	*	45	40

Задача 7

Рядом с автомобилем на одной линии с передним бампером стоит человек. В тот момент, когда автомобиль начал двигаться с ускорением a, человек начал идти в том же направлении со скоростью v. Через некоторое время t автомобиль догонит человека. Скорость автомобиля в этот момент времени будет равна v_1. Путь, пройденный человеком за это время равен s. Определить неизвестную физическую величину, в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 7):

Таблица 7

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a, м/с^2	1	2	0,5	*	5	7	*	4	8	*
v, м/с	1	*	3	*	2,5	*	*	*	*	5
t, с	*	*	*	1	*	*	0,8	1,2	0,4	0,2
v_1,м/с	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
s, м/с	*	1	*	2	*	14	6,4	*	*	*

Тема 2 Кинематика вращательного движения

2.1 Основные теоретические положения

При описании вращательного движения пользуются полярными координатам R и φ, где R - радиус – расстояние от полюса (центра вращения) до материальной точки, а φ - полярный угол (угол поворота).

Элементарные повороты рассматриваются как псевдовекторы.

Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ - векторная величина, модуль которой равен углу поворота, а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта.

Угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}, \ \omega = \frac{d\varphi}{dt} \tag{20}$$

Угловая скорость для равномерного вращательного движения:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\rho}{T} = 2\pi n \tag{21}$$

где T - период вращения,

$n = N/t$ - частота вращения,

N - число оборотов, совершаемых телом за время t

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \tag{22}$$

Угол поворота для равномерного вращательного движения:

$$\varphi = \omega t \tag{23}$$

Угол поворота для равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \tag{24}$$

Скорость для равнопеременного вращательного движения:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \tag{25}$$

где ω_0 - начальная угловая скорость

Связь между линейными и угловыми величинами:

$$s = R\cdot\varphi,\ v = R\cdot\omega,\ a_\tau = R\varepsilon,\ a_n = \omega^2 R \qquad (26)$$

где R - расстояние точки от оси вращения.
Кинематическим уравнением вращения называется уравнение вида:

$$\varphi = f(t) \qquad (27)$$

2.1 Примеры решения многовариантных задач.

Задача 8.
Диск радиусом r, находившийся в состоянии покоя, начинает вращаться с постоянным угловым ускорением ε. Через время t угловая скорость точек на краю диска стала равна ω, полное ускорение точек на краю диска равно a, тангенциальное ускорение равно a_τ, нормальное ускорение равно a_n. Диск за это время повернулся на угол φ. Линейная скорость точек на краю диска равна v. [3]

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 8):

Таблица 8.

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r, м	1	*	2	3	*	*	*	*	*	1
ε, рад/с^2	0,5	*	*	0,5	*	*	*	*	2	*
t, с	2	1	2	*	4	3	6	9	4	*
ω, рад/с	*	2	*	4	2	6	12	18	*	*
a, м/с^2	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
a_τ, м/с^2	*	*	*	*	*	2	*	*	*	4
a_n, м/с^2	*	*	*	*	*	*	*	*	*	3
φ, рад.	*	*	10	*	*	*	*	*	*	*
v, м/с	*	2	*	*	8	6	6	9	16	10

Вариант 1

Дано:	Решение.
$r = 1\text{м}$ $\varepsilon = 0{,}5\text{рад}/c^2$ $t = 2c$ $\omega_0 = 0$	Определим угловую скорость точек на краю диска в момент времени t. Для равнопеременного вращения тела вокруг неподвижной оси угловая скорость может быть определена по формуле (25): $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ Подставим численные значения и получим: $\omega = 0{,}5\,\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \cdot 2\text{с} = 1\text{рад}/\text{с}$ Определим тангенциальное ускорение точек на краю диска по формуле (26): $a_\tau = r \cdot \varepsilon$ Подставляем численные значения и получаем: $a_\tau = 1\text{м} \cdot 0{,}5\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} = 0{,}5\text{м}/\text{с}^2$ Определим нормальное ускорение точек, которые расположены на краю диска по формуле (26): $a_n = \omega^2 \cdot r$ Подставим численные значения и получим: $a_n = \left(1\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2 \cdot 1\text{м} = 1\text{м}/\text{с}^2$ Определим полное ускорение точек на краю диска в данный момент времени по формуле (18): $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ Подставим численные значения и получим: $a = \sqrt{\left(0{,}5\text{м}/c^2\right)^2 + \left(1\text{м}/c^2\right)^2} = 1{,}12\text{м}/c^2$

	Определим угол поворота диска к данному моменту времени по формуле (24): $\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ Подставим численные значения и получим: $\varphi = \frac{0,5\frac{рад}{с^2}\cdot \; 2с^{\;2}}{2} = 1$ рад. Определим линейную скорость точек на краю диска в момент времени t по формуле (26): $v = r \cdot \omega$ Подставим численные значения и получим: $v = 1м \cdot \frac{1рад}{с} = 1м/с$
Найти: ω–? a–? a_τ–? a_n–? φ–? v–?	Ответ: $\omega = 1рад/с$ $a = 1,12м/с^2$ $a_\tau = 0,5м/с^2$ $a_n = 1м/с^2$ $\varphi = 1$ рад $v = 1м/с$

Вариант 2

Дано:	Решение:
$t = 1c$ $\omega = 2рад/с$ $v = 2м/с$	Найдём радиус диска по формуле (26): $r = \frac{v}{\omega}$ Подставим в формулу численные значения и получим: $r = \frac{2м/с}{2рад/с} = 1$ м Определим угловое ускорение диска:

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t}$$

Подставим численные значения и получим:

$$\varepsilon = \frac{2\text{рад/с}}{1\text{с}} = 2\text{рад/с}^2$$

Определим полное ускорение точек, расположенных на краю диска:

$$a = \frac{v}{t}$$

Подставим численные значения и получим:

$$a = \frac{2\text{м/с}}{1\text{с}} = 2\text{м/с}^2$$

Найдём тангенциальное ускорение точек, расположенных на краю диска по формуле (26):

$$a_\tau = r \cdot \varepsilon$$

Рассчитаем:

$$a_\tau = 1\text{м} \cdot \frac{2\text{рад}}{\text{с}^2} = 2\text{м/с}^2$$

Определим нормальное ускорение по формуле (26):

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

Подставим численные значения и получим:

$$a_n = \ 2\text{рад/с}\ ^2 \cdot 1\text{м} = 4\text{м/с}^2$$

Определим угол поворота диска по формуле (24), принимая во внимание то, что начальная угловая скорость $\omega_0 = 0$.

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Подставим численные значения и получим:

$$\varphi = \frac{2\text{рад/с}^2 \cdot \ 1\text{с}\ ^2}{2} = 1\ \text{рад}.$$

Найти: r—? ε—? a—? a_τ—? a_n-? φ—?	Ответ: $r = 1$ м $\varepsilon = 2$рад/с^2 $a = 2$м/с^2 $a_\tau = 2$м/с^2 $a_n = 4$м/с^2 $\varphi = 1$ рад.

Вариант 3

Дано: $r = 2$м $t = 2c$ $\varphi = 10$ рад	Решение: Определим угловое ускорение диска из формулы (24) учитывая то, что начальная угловая скорость диска равна 0, $\omega_0 = 0$: $$\varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2}$$
	Подставим численные значения и получим: $$\varepsilon = \frac{2 \cdot 10\text{рад}}{2\text{с}^{\ 2}} = 5\text{рад/с}^2$$ Найдём угловую скорость диска по формуле (25). $$\omega = \varepsilon \cdot t$$ Подставим численные значения и получим: $$\omega = 5\ \text{рад/с}^2 \cdot 2\text{с} = 10\text{рад/с}$$ Определим линейную скорость точек, расположенных на краю диска по формуле (26): $$v = r \cdot \omega$$ Выполним вычисления и получим: $$v = 2\text{м} \cdot 10\text{рад/с} = 20\text{м/с}$$ Определим тангенциальное ускорение точек, расположенных на краю диска по формуле (26):

	$$a_\tau = r \cdot \varepsilon$$ Подставим численные значения и получим: $$a_\tau = 2\text{м} \cdot 5\text{рад/с}^2 = 5\text{м/с}^2$$ Определим нормальное ускорение точек, расположенных на краю диска по формуле (26): $$a_n = \omega^2 \cdot r$$ Выполним расчёт и получим: $$a_n = \ 10\text{рад/с}\ ^2 \cdot 2\text{м} = 200\text{м/с}^2$$ Определим полное ускорение по формуле (18): $$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$ Подставим численные значения и получим: $$a = \sqrt{\ 5\text{м/с}^2\ ^2 + \ 200\text{м/с}^2\ ^2} = 200{,}06\text{м/с}^2$$
Найти: ω—? ε—? a—? a_τ—? a_n-? v—?	Ответ: $\varepsilon = 5$ рад/с^2 $\omega = 10$ рад/с $a = 200{,}06$ м/с^2 $a_n = 200$м/с^2 $a_\tau = 5$м/с^2 $v = 20$м/с

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно

Задача 9

Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения n, после выключения тока сделав N оборотов остановился. Угловое ускорение якоря равно ε.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 9):

Таблица 9

Nвар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n, c^{-1}	50	*	80							
N, об.	500	600	*							
$\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	*	9	6							

Решение.

Вариант 1

Дано:	Решение.
$n = 50c^{-1}$ $N = 500$об.	Уравнение для угла поворота якоря электродвигателя после выключения тока можно записать так: $$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$$ Угол поворота можно выразить через число оборотов, которое сделал электродвигатель до полной остановки: $$\varphi = 2\pi N$$ Выразим начальную угловую скорость электродвигателя через частоту вращения: $$\omega_0 = 2\pi n$$ Откуда можно записать: $$2\pi N = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$$ Учтём то, что $$\omega = \omega_0 - \varepsilon t$$ т.е.

	$$0 = 2\pi n - \varepsilon t$$ Из чего следует: $$t = \frac{2\pi n}{\varepsilon}$$ Подставим выражение для времени в уравнение равнозамедленного вращательного движения для якоря электродвигателя и получим: $$2\pi N = 2\pi n\frac{2\pi n}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon \cdot 4\pi^2 n^2}{2\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 n^2}{\varepsilon}$$ Отсюда получим выражение для углового ускорения: $$\varepsilon = \frac{\pi n^2}{N}$$ Выполним вычисления: $$\varepsilon = \frac{3{,}14 \cdot\ 50c^{-1}\ ^2}{500} = 15{,}7(\frac{\text{рад}}{\text{с}})$$
Найти: ε—?	Ответ: $\varepsilon = 15{,}7(\frac{\text{рад}}{\text{с}})$

Вариант 2

Дано:	Решение
$N = 600$об. $\varepsilon = 9$рад/с	Уравнение для угла поворота якоря электродвигателя после выключения тока можно записать так: $$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$$ Угол поворота можно выразить через число оборотов, которое сделал электродвигатель до полной остановки: $$\varphi = 2\pi N$$ Выразим начальную угловую скорость электродвигателя

	через частоту вращения: $\omega_0 = 2\pi n$ Откуда можно записать: $2\pi N = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$ Учтём то, что $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$ т.е. $0 = 2\pi n - \varepsilon t$ Из чего следует: $t = \frac{2\pi n}{\varepsilon}$ Подставим выражение для времени в уравнение равнозамедленного вращательного движения для якоря электродвигателя и получим: $2\pi N = 2\pi n \frac{2\pi n}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon \cdot 4\pi^2 n^2}{2\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 n^2}{\varepsilon}$ Отсюда получим выражение для частоты вращения электродвигателя: $n = \sqrt{\frac{\varepsilon N}{\pi}}$ Вычислим: $n = \sqrt{\frac{9\text{рад. с}^2 \cdot 600\text{с}^{-1}}{3{,}14}} = 41{,}5(\text{с}^{-1})$
Найти: n—?	Ответ: $n = 41{,}5\text{с}^{-1}$

Вариант 3.

Дано:	Решение.
$n = 80$об./с $\varepsilon = 6$рад./с^2	Уравнение для угла поворота якоря электродвигателя после выключения тока можно записать так: $$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$$ Угол поворота можно выразить через число оборотов, которое сделал электродвигатель до полной остановки: $$\varphi = 2\pi N$$ Выразим начальную угловую скорость электродвигателя через частоту вращения: $$\omega_0 = 2\pi n$$ Откуда можно записать: $$2\pi N = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$$ Учтём то, что $$\omega = \omega_0 - \varepsilon t$$ т.е. $$0 = 2\pi n - \varepsilon t$$ Из чего следует: $$t = \frac{2\pi n}{\varepsilon}$$ Подставим выражение для времени в уравнение равнозамедленного вращательного движения для якоря электродвигателя и получим:

<table>
<tr><td></td><td>

$$2\pi N = 2\pi n\frac{2\pi n}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon\cdot 4\pi^2 n^2}{2\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 n^2}{\varepsilon}$$

Отсюда получим выражение для числа оборотов двигателя до его полной остановки:

$$N = \frac{\pi n^2}{\varepsilon}$$

Выполним вычисления и получим:

$$N = \frac{3{,}14\cdot\ \ 80c^{-1}\ \ ^2}{6\,\text{рад.}\ \ \text{c}^2} = 3349(\text{об.})$$

</td></tr>
<tr><td>Найти:
N—?</td><td>Ответ:
$N = 3349(\text{об.})$</td></tr>
</table>

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно

2.3 Задачи для самостоятельного решения

Задача 10

Материальная точка движется с линейной скоростью v по окружности радиуса R. Угловая скорость точки ω, период вращения T, частота вращения n.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 10):

Таблица 10

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v, м/с	0,8	*	12	*	10	*	20	*	4	10
R, см	*	25	1,5	50	*	30	*	40	8	20
ω, рад/с	*	2	*	*	8	*	*	5	*	*
T, с	*	*	*	20	*	*	40	*	*	10
n, с$^{-1}$	50	*	*	*	*	40	*	*	*	*

Задача 11.

Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения n, после выключения тока сделав N оборотов, остановился через время t. Угловая скорость якоря на момент начала торможения составляла ω. Угловое ускорение равно ε.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 11):

Таблица 11

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n, об/мин	3000	1800	600	*	*	2000	400	*	900	1200
t, с.	10	*	*	5	2	*	*	*	*	*
ω, рад/с	*	*	*	*	8	*	*	5	*	*
N, об.	*	*	314	628	*	*	40	*	*	10
ε, рад/с^2	*	2	*	*	*	40	*	2,5	2	*

Задача 12

Разматывая верёвку и вращая без скольжения вал ворота, ведро опускается в колодец с ускорением α. Вал ворота вращается с угловым ускорением ε. Вал ворота сделает N оборотов, когда ведро опустится на глубину h. В этот момент времени нормальное ускорение равно a_n, тангенциальное ускорение равно a_τ. Полное ускорение равно a. Радиус вала ворота равен R. Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. таблицу 12):

Таблица 12

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R, см.	25	*	30	*	40	20	10	30	*	*
h, м	10	*	12	*	20	5	*	6	*	*
ε, рад/с^2	*	4	*	2,5	*	*	*	*	5	7
α, м/с^2	1	*	1,5	*	10	*	1	0,6	*	*
N,об	*	0,32	*	3,2	*	*	12,7	*	20	21
a, м/с^2	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
a_τ, м/с^2	*	0,4	*	0,5	*	0,4	*	*	0,4	0,14
a_n, м/с^2	*	*	*	*	*	0,3	*	*	*	*

Тема 3 Динамика поступательного движения.

3.1 Основные теоретические положения

Динамика – изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение

Абсолютно твёрдое тело – тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь и расстояние между двумя любыми точками этого тела остаётся постоянным.

Абсолютно упругое тело – тело, деформация которого подчиняется закону Гука, а после прекращения внешнего силового воздействия такое тело полностью восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.

Абсолютно неупругое тело – тело, полностью сохраняющее деформированное состояние после прекращения действия внешних сил.

Первый закон Ньютона (закон инерции): Материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её изменить это состояние.

Сила – векторная величина, являющаяся мерой механического действия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого, тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры. Сила $\vec{F}$ полностью задана, если указан её модуль, направление в пространстве и точка приложения. Сила измеряется в ньютонах (Н)

Особая форма материи связывающая частицы вещества в единые системы и передающая с конечной скоростью действие одних частиц на другие называется физическим полем или просто полем.

Прямая, вдоль которой направлена сила, называется линией действия силы.

Центральными называют силы, которые всюду направлены вдоль прямых, проходящих через одну и ту же неподвижную точку – центр сил и зависят только от расстояния до центра сил.

Поле, действующее на материальную точку с силой $\vec{F}$, называется стационарным полем

Равнодействующей или результирующей называется сила, которая является эквивалентом одновременного действия на материальную точку нескольких сил и равна их геометрической сумме.

Механической системой называется совокупность материальных точек (тел) рассматриваемых как единое целое.

Тела, которые не входят в состав исследуемой механической системы называются внешними телами.

Внешние силы – это силы, действующие на тело со стороны внешних тел или полей.

Внутренними силами называют силы взаимодействия между частями рассматриваемой системы.

Механическая система называется **замкнутой**, или **изолированной системой**, если она не взаимодействует с внешними телами.

Тело называется свободным, если на его положение и движение в пространстве не наложено никаких ограничений, и – несвободным если на его возможные положения и движения наложены те или иные ограничения называемые в механике связями. Несвободное тело можно рассматривать как свободное, если заменить действия на него тел, осуществляющих связи, соответствующими силами. Эти силы называются реакциями связей, а все остальные силы, действующие на тело, - активными силами.

Масса (m) – физическая величина, одна из основных характеристик материи, определяющая её инерционные и гравитационные свойства. Единица измерения массы – килограмм.

Плотностью тела ρ в данной его точке М называется отношение массы dm малого элемента тела, включающего точку М, к величине dV объёма этого элемента:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \tag{28}$$

Импульс (количество движения) – это векторная величина равная произведению массы материальной точки на её скорость

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{29}$$

Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{30}$$

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки

$$F_\tau = ma_\tau = m\frac{dv}{dt},\ F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R \tag{31}$$

Второй закон Ньютона (более общая формулировка) - скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на неё силе.

Третий закон Ньютона: Всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия. Силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль одной прямой.

Векторная величина $\vec{F}dt$ называется элементарным импульсом силы $\vec{F}$ за малое время dt её действия.

Импульс силы за время t определяется интегралом $\int_{0}^{t_1}\vec{F}dt$

Изменение импульса материальной точки равна действующей на неё силы (согласно второму закону Ньютона)

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \tag{32}$$

или:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt \tag{33}$$

Основной закон динамики материальной точки выражает принцип причинности в классической механике – однозначная связь между изменением с течением времени состояния движения и положения в пространстве материальной точки и действующими на неё силами, что позволяет, зная начальное состояние материальной точки, вычислить её состояние в любой последующий момент времени.

Принцип независимости действия сил: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было.

Центростремительной силой называется сила $\vec{F}_n$ которая сообщает материальной точке нормальное ускорение и направлена к центру кривизны траектории.

Третий закон Ньютона: всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия, силы с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки, причём эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

Сила трения скольжения возникает при скольжении данного тела по поверхности другого

$$F_{тр.} = fN \tag{34}$$

где f - коэффициент трения скольжения, N – сила нормального давления.

Сила трения направлена по касательной к трущимся поверхностям в сторону, противоположную движению данного тела относительно другого.

Сила трения качения

$$F_{тр} = \frac{f_к N}{r} \tag{35}$$

где $f_к$ - коэффициент трения качения, r - радиус катящегося тела.

Сила тяжести - сила с которой тело притягивается Землёй

$$\vec{P} = m\vec{g} \tag{36}$$

Вес тела - это сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле, действует на опору или подвес:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}) \tag{37}$$

Невесомость – это состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

Сила упругости возникает в результате взаимодействия тел, сопровождающихся их деформацией.

Закон Гука

$$\vec{F} = -k\vec{r} \tag{38}$$

пример: сила упругости деформации пружины при растяжении или сжатии

$$F = -kx \tag{39}$$

k - жёсткость пружины, x - упругая деформация.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы: импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = const \tag{40}$$

Закон сохранения импульса является следствием однородности пространства – при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого её физические свойства не изменяются (не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчёта)

Центром масс системы (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая система точка С, положение которой характеризует распределение массы этой системы.

Радиус-вектор центра масс равен

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m} \tag{41}$$

где m_i - и $\vec{r}_i$ - соответственно масса и радиус-вектор i - ой материальной точки,

n - число материальных точек в системе,

$m = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

Координаты центра масс системы материальных точек:

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i},\ y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i},\ z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} \tag{42}$$

Центр масс системы движется как материальная точка в которой сосредоточена масса всей системы и на которую дейсмтвует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему:

$$m\frac{d\vec{v}_C}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \tag{43}$$

Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского)

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p \tag{44}$$

где

$$\vec{F}_p = -\vec{u}\frac{dm}{dt} \tag{45}$$

F_p- реактивная сила

$\vec{u}$ - скорость истечения газов из ракеты

Формула Циолковского для определения скорости ракеты:

$$\vec{v} = \vec{u}\ln\frac{m_0}{m} \tag{46}$$

где v – скорость ракеты,

$\vec{u}$ - скорость истечения газов из ракеты

m_0 – начальная масса ракеты

m – конечная масса ракеты

Закон всемирного тяготения -

$$F = G\frac{mM}{R^2} \tag{47}$$

где, $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\frac{м^3}{кг \cdot с^2}$ – гравитационная постоянная
m, M масса первого и второго тел соответственно
R – расстояние между центрами масс двух тел.

3.2 Пример решения многовариантной задачи

Задача 13

На спокойной воде пруда стоит лодка длиной L и массой M перпендикулярно берегу, обращённая к нему носом. На корме стоит человек массой m. Лодка приблизится к берегу на расстояние s, если человек перейдёт с кормы на нос лодки. Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. таблицу 13):

Таблица 13

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L, м	6	*	10	4	8	*	12	15	7	*
M, кг	400	200	*	240	300	180	*	360	240	285
m, кг	100	50	80	*	75	60	90	*	40	85
s, м	*	2	5	1	*	0,5	4	1	*	1

Решение.

Вариант 1

Дано:	Решение.
$L = 6м$ $M = 400кг$ $m = 100кг$	Для простоты решения считаем, что человек идёт по лодке с постоянной скоростью. В этом случае лодка движется равномерно. Поэтому перемещение лодки относительно берега определяем по формуле: $$s = vt$$ где, v – скорость лодки относительно берега.

	t – время движения человека и лодки. Направление перемещения человека примем за положительное. Для нахождения скорости лодки воспользуемся законом сохранения импульса. Поскольку , по условию задачи система человек – лодка в начальный момент времени была в покое относительно берега, то по закону сохранения импульса получим: $$Mv - mu = 0$$ где, u – скорость человека относительно берега. Знак минус указывает на то, что скорости человека и лодки по направлению противоположны. Отсюда мы получаем: $$v = mu/M$$ Время t движения лодки равно времени перемещения человека по лодке, т.е.: $$t = \frac{s_1}{u} = \frac{L-s}{u}$$ где, s_1 – перемещение человека относительно берега. Подставим выражения для v и t в формулу для определения перемещения лодки относительно берега и получим: $$s = \frac{mu}{M} \cdot \frac{L-s}{u} = \frac{m}{M}\ \ L - s$$ Откуда получаем: $$s = \frac{mL}{m+M}$$ Подставим в полученную формулу численные значения и получим: $$s = \frac{100кг \cdot 6м}{100кг + 400кг} = 1{,}2\ (м)$$
Найти: s—?	Ответ: Если человек перейдёт с носа на корму, то лодка приблизится к берегу на расстояние $s = 1{,}2м$

Вариант 2

Дано: $M = 200кг$ $m = 50кг$ $s = 2м$	Решение. Для простоты решения считаем, что человек идёт по лодке с постоянной скоростью. В этом случае лодка движется равномерно. Поэтому перемещение лодки относительно берега определяем по формуле: $s = vt$ где, v – скорость лодки относительно берега. t – время движения человека и лодки. Направление перемещения человека примем за положительное. Для нахождения скорости лодки воспользуемся законом сохранения импульса. Поскольку , по условию задачи система человек – лодка в начальный момент времени была в покое относительно берега, то по закону сохранения импульса получим: $Mv - mu = 0$ где, u – скорость человека относительно берега. Знак минус указывает на то, что скорости человека и лодки по направлению противоположны. Отсюда мы получаем: $v = mu/M$ Время t движения лодки равно времени перемещения человека по лодке, т.е.: $t = \frac{s_1}{u} = \frac{L - s}{u}$ где, s_1 – перемещение человека относительно берега. Подставим выражения для v и t в формулу для определения перемещения лодки относительно берега и получим: $s = \frac{mu}{M} \cdot \frac{L - s}{u} = \frac{m}{M}\ \ L - s$ Откуда получаем выражение для длины лодки:

	$L = \frac{Ms}{m} \cdot \ \ 1 + \frac{m}{M}$ Подставим численные значения в полученное выражение: $L = \frac{200\text{кг} \cdot 2\text{м}}{50\text{кг}} \cdot \ \ 1 + \frac{50\text{кг}}{200\text{кг}} \ \ = 10(\text{м})$
Найти L—?	Ответ: Длина лодки равна $L = 10$м.

Вариант 3

Дано: $L = 10$м $m = 80$кг $s = 5$м	Решение: Для простоты решения считаем, что человек идёт по лодке с постоянной скоростью. В этом случае лодка движется равномерно. Поэтому перемещение лодки относительно берега определяем по формуле: $s = vt$ где, v – скорость лодки относительно берега. t – время движения человека и лодки. Направление перемещения человека примем за положительное. Для нахождения скорости лодки воспользуемся законом сохранения импульса. Поскольку , по условию задачи система человек – лодка в начальный момент времени была в покое относительно берега, то по закону сохранения импульса получим: $Mv - mu = 0$ где, u – скорость человека относительно берега. Знак минус указывает на то, что скорости человека и лодки по направлению противоположны. Отсюда мы получаем: $v = mu/M$ Время t движения лодки равно времени перемещения человека по лодке, т.е.:

	$$t = \frac{s_1}{u} = \frac{L - s}{u}$$ где, s_1 – перемещение человека относительно берега. Подставим выражения для v и t в формулу для определения перемещения лодки относительно берега и получим: $$s = \frac{mu}{M} \cdot \frac{L - s}{u} = \frac{m}{M}\ \ L - s$$ Откуда получим выражение для определения массы лодки: $$M = \frac{m}{s}\ \ L - s$$ Подставим численные значения и получим массу лодки: $$M = \frac{80\text{кг}}{5\text{м}}\ \ 10\text{м} - 5\text{м}\ \ = 80\text{кг}$$
Найти: M–?	Ответ: Масса лодки составляет $M = 80\text{кг}$

Вариант 4

Дано: $L = 4\text{м}$ $M = 250\text{кг}$ $s = 1\text{м}$	Решение: Для простоты решения считаем, что человек идёт по лодке с постоянной скоростью. В этом случае лодка движется равномерно. Поэтому перемещение лодки относительно берега определяем по формуле: $$s = vt$$ где, v – скорость лодки относительно берега. t – время движения человека и лодки. Направление перемещения человека примем за положительное. Для нахождения скорости лодки воспользуемся законом сохранения импульса. Поскольку , по условию задачи система человек – лодка в начальный момент времени была в покое относительно берега, то по закону сохранения импульса получим: $$Mv - mu = 0$$

	где, u – скорость человека относительно берега. Знак минус указывает на то, что скорости человека и лодки по направлению противоположны. Отсюда мы получаем: $$v = mu/M$$ Время t движения лодки равно времени перемещения человека по лодке, т.е.: $$t = \frac{s_1}{u} = \frac{L - s}{u}$$ где, s_1 – перемещение человека относительно берега. Подставим выражения для v и t в формулу для определения перемещения лодки относительно берега и получим: $$s = \frac{mu}{M} \cdot \frac{L - s}{u} = \frac{m}{M}\ \ L - s$$ Откуда получим формулу для определения массы человека: $$m = \frac{s \cdot M}{L - s}$$ Определим массу человека, подставив численные значения в полученную формулу: $$m = \frac{1\text{м} \cdot 240\text{кг}}{4\text{м} - 1\text{м}} = 80(\text{кг.})$$
Найти: m–?	Ответ: Масса человека $m = 80\text{кг}$

Остальные варианты аналогичны представленным выше. Учащимся предлагается решить их самостоятельно.

Задача 14

К концам однородного стержня приложены две противоположно направленные силы F_1 и F_2. Сила натяжения стержня в поперечном сечении , которое делит стержень на две части в соотношении 1:2 равна T. См. рисунок 1

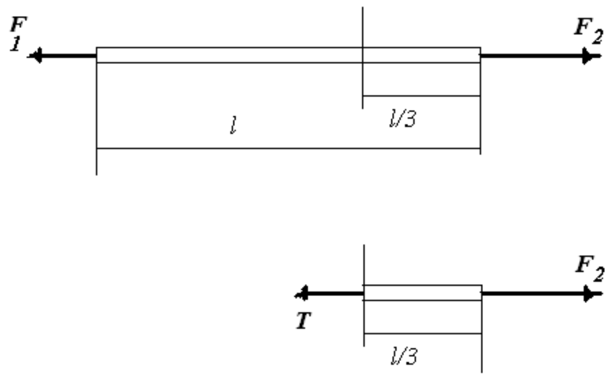

Рисунок 1

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 14):

Таблица 14

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_1,Н	40	*	50	90	*	60	70	*	20	25
F_2.,Н	100	200	*	180	70	*	140	90	*	85
T.,Н	*	160	50	*	100	120	*	50	30	*

Решение.

Вариант 1

Дано:	Решение:
$F_1 = 40$Н F_2=100Н	Если бы силы F_1 и F_2 были бы равны между собой, то сила натяжения в любом сечении была бы одинаковой и равной силам, приложенным к концам стержня. Стержень в этом случае находился бы в покое. Но так как сумма сил, действующих на стержень, отлична от нуля, то стержень будет двигаться с ускорением, величина и направление которого определяется по Второму закону Ньютона: $$a = \frac{F_1 + F_2}{m}$$ где m – масса стержня

	Поскольку обе силы действуют вдоль прямой, то геометрическую силу заменим на алгебраическую: $$a = \frac{F_1 + F_2}{m}$$ При ускоренном движении стержня силы натяжения в разных сеченияхразличны. Для того, чтобы определить эти силы сделаем таким образом: разделим стержень в интересующем нас сечении на две части и отбросимодну из них – например, левую. Заменим действие левой части стержня на правую силой натяжения. Тогда в результате действия разности сил $F_2 - T$ оставшаяся правая часть стержня массой m_1должна двигаться с ускорением: $$a = \frac{F_2 - T}{m}$$ Равным по величине прежнему ускорению, которое выражено формулой $$a = \frac{F_1 + F_2}{m}$$ Так как стержень однородный, то $$m_1 = \frac{m}{3}$$ и, следовательно: $$a = \frac{F_2 - T}{m/3}$$ отсюда, приравняем правые части равенств ускорений и выразим силу натяжения: $$T = F_2 - \frac{F_2 - F_1}{3}$$ Рассчитаем силу натяжения: $$T = 100\text{Н} - \frac{100\text{Н} - 40\text{Н}}{3} = 80(\text{Н})$$

Найти: $T-?$	Ответ: $T = 80\text{Н}$

Вариант 2

Дано:	Решение:
$T = 160\text{Н}$ F_2=100Н	Если бы силы F_1 и F_2 были бы равны между собой, то сила натяжения в любом сечении была бы одинаковой и равной силам, приложенным к концам стержня. Стержень в этом случае находился бы в покое. Но так как сумма сил, действующих на стержень, отлична от нуля, то стержень будет двигаться с ускорением, величина и направление которого определяется по Второму закону Ньютона: $$a = \frac{F_1 + F_2}{m}$$ где m – масса стержня Поскольку обе силы действуют вдоль прямой, то геометрическую силу заменим на алгебраическую: $$a = \frac{F_1 + F_2}{m}$$ При ускоренном движении стержня силы натяжения в разных сечениях различны. Для того, чтобы определить эти силы сделаем таким образом: разделим стержень в интересующем нас сечении на две части и отбросим одну из них – например, левую. Заменим действие левой части стержня на правую силой натяжения. Тогда в результате действия разности сил $F_2 - T$ оставшаяся правая часть стержня массой m_1должна двигаться с ускорением: $$a = \frac{F_2 - T}{m}$$ равным по величине прежнему ускорению, которое выражено формулой $$a = \frac{F_1 + F_2}{m}$$ Так как стержень однородный, то

	$$m_1 = \frac{m}{3}$$ и, следовательно: $$a = \frac{F_2 - T}{m/3}$$ отсюда, приравняем правые части равенств ускорений и выразим силу F_1: $$F_1 = 3T - 2F_2$$ Рассчитаем силу натяжения: $$T = 3 \cdot 160\text{Н} - 2 \cdot 200\text{Н} = 80(\text{Н})$$
Найти: F_1–?	Ответ: $F_1 = 80\text{Н}$

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно

3.3 Задачи для самостоятельного решения.

Задача 15

На катере массой m находится водомёт, который выбрасывает со скоростью u относительно катера μ воды. Через время t после начала движения его скорость равна v. Предельно возможная скорость катера равна v_1.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 15):

Таблица 15

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m, кг	4500	500	*	*	*	1200	1500	2000	*	2000
u, м/с	6	10	*	*	*	*	*	*	*	*
μ, кг/с	25	20	30	40	20	*	15	20	30	*
t, мин.	3	*	1	2	3	2	*	1	1	1
v, м/с	*	2	*	*	*	5	15	*	*	*
v_1, м/с	*	*	8	4	12	10	20	5	12	16

Задача 16.

Два груза массой m_1 и m_2 связаны невесомой нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. К грузу m_1 приложена горизонтально направленная сила F. Если пренебречь трением, то ускорение грузов будет равно a. Сила натяжения нити равна F_1.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 16):

Таблица 16

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_1,*кг*	0,5	1,5	2,5	*	5	1	4	3	*	3
m_2,*кг*	0,7	0,5	1,5	1	5	1,4	6	2	5	4
F,*Н*	6	*	*	10	*	12	*	20	16	*
a, м/с^2	*	2	4	2	1	*	6	*	*	7
F_1,*Н*	*	*	*	*	5	*	*	*	8	*

Задача 17.

Снаряд массой m, вылетевший из орудия в верхней точке траектории имеет скорость v. В этой точке он разорвался на два осколка, причём осколок массой m_1 полетел обратно со скоростью v_1. Масса второго осколка равна m_2. Скорость второго осколка равна v_2.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 17):

Таблица 17.

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m,кг	5	*	4	*	10	8	20	18	*	*
v,м/с	300	400	*	120	*	400	600	*	450	600
v_1, м/с	100	150	180	80	120	*	*	150	150	200
m_1,кг	3	2	1	2,8	7	*	*	8	6	6
m_2,кг	*	1	*	1,2	*	5	10	*	4	4
v_2,м/с	*	*	120	*	240	150	200	200	*	*

Тема 4. Законы сохранения

4.1 Основные теоретические положения

Энергия – это универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

Работа силы – это количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

Работа, совершаемая постоянной силой

$$dA = F_s ds = F \cdot ds \cdot \cos\alpha \tag{48}$$

где F_s - проекция силы на направление перемещения,

α - угол между направлениями силы и перемещения.

Работа, совершаемая переменной силой на пути s:

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos\alpha ds \tag{49}$$

Консервативной (потенциальной) называют силу, работа которой определяется только начальным и конечным положениями тела и не зависит от формы пути.

Консервативными силами являются силы тяготения и упругости. Примером неконсервативных сил являются силы трения.

Величина, которая характеризует скорость совершения работы – это мощность.

Средняя мощность за промежуток времени Δt:

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t} \tag{50}$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_s v = F \cdot v \cdot \cos\alpha \tag{51}$$

Единица работы – джоуль (Дж) – работа совершаемая силой 1 Н на пути 1 м.

Единица мощности – ватт (Вт) – 1 Вт – мощность при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж.

Кинетическая энергия механической системы - это энергия механического движения этой системы.

Кинетическая энергия движущегося со скоростью v тела массой m:

$$T = \frac{mv^2}{2} \tag{52}$$

Кинетическая энергия вращательного движения

$$T = \frac{J_Z \omega^2}{2} \tag{53}$$

Кинетическая энергия зависит от массы и скорости тела. Поэтому кинетическая энергия

1) является функцией состояния системы
2) всегда положительна
3) неодинакова в разных инерциальных системах отсчёта.

Потенциальная энергия Π – механическая энергия системы, тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Потенциальная энергия системы является функцией конфигурации системы и зависит от конфигурации системы и её положения по отношению к внешним телам.

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией тела:

$$\vec{F} = -grad\Pi \tag{54}$$

или,

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial \Pi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z}\vec{k}\right) \tag{55}$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью земли на высоту h:

$$\Pi = mgh \tag{56}$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела.

$$\Pi = \frac{kx^2}{2} \tag{57}$$

Единица кинетической и потенциальной энергии – джоуль (Дж)

Полная механическая энергия системы – энергия механического движения и взаимодействия равна сумме кинетической и потенциальной энергий

$$E = K + П \qquad (58)$$

Закон сохранения механической энергии для консервативной системы: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется – то есть не изменяется со временем:

$$T + П = E = const \qquad (59)$$

Это фундаментальный закон природы. Он является следствием однородности времени – инвариантности физических законов относительно выбора начала отсчёта времени.

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние) называются **консервативными системами.**

В консервативных системах полная механическая энергия остаётся постоянной. Могут лишь происходить превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах

Диссипативные системы – системы, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счёт преобразования в другие, немеханические формы энергии.

Физическая сущность закона сохранения и превращения энергии заключается в том, что – энергия никогда не исчезает и не появляется вновь , она лишь превращается из одного вида в другой.

Удар (соударение) – столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

Центральный удар – удар, при котором тела движутся по прямой, проходящей через их центры масс.

Абсолютно упругий удар – столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остаётся никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию. Выполняется закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

Обозначим скорости шаров массами m_1, m_2 до удара через $\vec{v}_1, \vec{v}_2$, после удара – через v_1', v_2'. Тогда при прямом центральном ударе:

для импульса:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \qquad (60)$$

для кинетической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \qquad (61)$$

Отсюда скорость первого шара после удара

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \qquad (62)$$

Скорость второго шара соответственно:

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \qquad (63)$$

Абсолютно неупругий удар - столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое тело.

Импульс при абсолютно неупругом ударе сохраняется:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} \qquad (64)$$

Отсюда скорость шаров после удара

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \qquad (65)$$

При $m_1 = m_2$:

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2} \qquad (66)$$

Не выполняется закон сохранения механической энергии: вследствие деформации часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию тела (разогрев): уменьшение равно:

$$\Delta T = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)}(v_1 - v_2)^2 \qquad (67)$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно, $(v_2 = 0)$, то:

Скорость тел после соударения:

$$v = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} \qquad (68)$$

Уменьшение кинетической энергии соответственно

$$\Delta K = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 v_1^2}{2} \qquad (69)$$

4.2 Примеры решения многовариантных задач.

Задача 18

Молот массой m_1 падает на поковку. Масса поковки вместе с наковальней равна m_2. Скорость молота в момент удара v. Кинетическая энергия молота в момент удара равна T_1. Фундаменту передана энергия T_2. На деформацию поковки затрачена энергия T. Коэффициент полезного действия (к.п.д.) удара молота о поковку равен η. Удар молота о поковку рассматривать как неупругий. Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 18):

Таблица 18

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_1,кг	200	300	*	*	250	300	100	400	*	*
m_2,кг	2500	3000	*	4000	2500	3000	*	*	4000	1200
v,м/с	2	*	1	3	*	4	*	2	3	2
T_1.,Дж	*	1350	500	900	500	*	200	*	*	*
T_2 .,Дж	*	*	*	*	*	*	*	160	43	21,6
T,Дж	*	*	*	*	*	*	*	*	857	218,4
η,%	*	*	90,9	*	*	*	92	*	*	*

Решение

Вариант 1

Дано:	Решение:
$m_1 = 200$кг $m_2 = 2500$кг $v = 2$м/с	Кинетическую энергию молота в момент удара найдём по формуле: $$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

Подставим численные значения в формулу и получим:

$$T_1 = \frac{200\text{кг} \cdot 2\text{м/с}^2}{2} = 400\text{Дж}$$

Чтобы определить энергию, переданную фундаменту, предварительно найдём скорость системы молот – поковка (с наковальней) непосредственно после удара. Для этого воспользуемся законом сохранения импульса, который в случае неупругого удара двух тел выражается следующей формулой:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

где v_2 – скорость поковки (вместе с наковальней) перед ударом,
u – скорость молота и поковки (вместе с наковальней) непосредственно после удара,
Так как поковка с наковальней до удара находилась в состоянии покоя, то

$$v_2 = 0$$

При неупругом ударе деформация не восстанавливается, вследствие чего молот и поковка (с наковальней) движутся как одно целое, т.е. с одинаковой скоростью u. Определим эту скорость:

$$T_2 = \frac{(m_1 + m_2)\, u^2}{2}$$

Заменим скорость u её выражением и получим:

$$T_2 = \frac{m_1^2 m_2^2}{2\,(m_1 + m_2)}$$

или, если учесть что

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

Получим:

<table>
<tr><td></td><td>

$$T_2 = \frac{m_{\mathbf{1}}}{m_{\mathbf{1}} + m_2} T_{\mathbf{1}}$$

Подставим в формулу известные численные значения получим:

$$T_2 = \frac{200\text{кг}}{200\text{кг} + 2500\text{кг}} \cdot 400\text{Дж} = 29{,}6\text{Дж}$$

До удара молот имел кинетическую энергию $T_{\mathbf{1}}$. Энергия, переданная фундаменту составляет T_2. Таким образом, на деформацию поковки была использована энергия:

$$T = T_{\mathbf{1}} - T_2$$

Рассчитаем:

$$T = 400\text{Дж} - 30\text{Дж} = 370\text{Дж}$$

Молот предназначен для того, чтобы путём ударов о поковку вызвать деформацию поковки. Поэтому энергию T можно считать полезной. Таким образом к.п.д. удара молота о поковку будет равен отношению энергии T, затраченной на деформацию поковки ко всей затраченной энергии $T_{\mathbf{1}}$:

$$\eta = \frac{T}{T_{\mathbf{1}}} = \frac{m_2}{m_{\mathbf{1}} + m_2}$$

Численное значение к.п.д.:

$$\eta = \frac{2500}{200 + 2500} = 92{,}6\%$$

</td></tr>
<tr><td>Найти:
$T_{\mathbf{1}}$.- ?
T_2 - ?

T - ?

η - ?</td><td>Ответ:
Кинетическая энергия молота в момент удара равна:
$T_{\mathbf{1}} = 400\text{Дж}$
Энергия, переданная фундаменту равна:
$T_2 = 30\text{Дж}$
Энергия, потраченная на деформацию поковки:
$T = 370\text{Дж}$
Коэффициент полезного действия удара молота о поковку:
$\eta = 92{,}6\%$</td></tr>
</table>

Вариант 2

<table>
<tr>
<td>

Дано:
$m_1 = 300кг$
$m_2 = 3000кг$
$T_1 = 1350Дж$

</td>
<td>

Решение:

Кинетическая энергия молота в момент удара определяется по формуле:

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

Отсюда можно найти скорость молота в момент удара:

$$v = \sqrt{\frac{2T_1}{m_1}}$$

Подставим численные значения и получим:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1350Дж}{300кг}} = 3м/с$$

Чтобы определить энергию, переданную фундаменту, предварительно найдём скорость системы молот – поковка (с наковальней) непосредственно после удара. Для этого воспользуемся законом сохранения импульса, который в случае неупругого удара двух тел выражается следующей формулой:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

где v_2 – скорость поковки (вместе с наковальней) перед ударом,
u – скорость молота и поковки (вместе с наковальней) непосредственно после удара,
Так как поковка с наковальней до удара находилась в состоянии покоя, то

$$v_2 = 0$$

При неупругом ударе деформация не восстанавливается, вследствие чего молот и поковка (с наковальней) движутся как одно целое, т.е. с одинаковой скоростью u. Определим эту скорость:

</td>
</tr>
</table>

$$T_2 = \frac{m_{\mathbf{1}} + m_2 \ \ u^2}{2}$$

Заменим скорость u её выражением и получим:

$$T_2 = \frac{m_{\mathbf{1}}^2 m_2^2}{2 \ \ m_{\mathbf{1}} + m_2}$$

или, если учесть что

$$T_{\mathbf{1}} = \frac{m_{\mathbf{1}} v_{\mathbf{1}}^2}{2}$$

Получим:

$$T_2 = \frac{m_{\mathbf{1}}}{m_{\mathbf{1}} + m_2} T_{\mathbf{1}}$$

Подставим в формулу известные численные значения получим:

$$T_2 = \frac{\mathbf{300кг}}{\mathbf{300кг + 3000кг}} \cdot 1350\text{Дж} = 122{,}7\text{Дж}$$

До удара молот имел кинетическую энергию $T_{\mathbf{1}}$. Энергия, переданная фундаменту составляет T_2. Таким образом, на деформацию поковки была использована энергия:

$$T = T_{\mathbf{1}} - T_2$$

Рассчитаем:

$$T = 1350\text{Дж} - 123\text{Дж} = 1227\text{Дж}$$

Молот предназначен для того, чтобы путём ударов о поковку вызвать деформацию поковки. Поэтому энергию T можно считать полезной. Таким образом, к.п.д. удара молота о поковку будет равен отношению энергии T, затраченной на деформацию поковки ко всей затраченной энергии $T_{\mathbf{1}}$:

$$\eta = \frac{T}{T_{\mathbf{1}}} = \frac{m_2}{m_{\mathbf{1}} + m_2}$$

	Численное значение к.п.д.: $$\eta = \frac{3000}{300 + 3000} = 90{,}9\%$$
Найти: v—? T_2 —? T—? η—?	Ответ: Скорость молота в момент удара равна: $v = 3м/с$ Энергия, переданная фундаменту равна: $T_2 = 123Дж$ Энергия, потраченная на деформацию поковки: $T = 1227Дж$ Коэффициент полезного действия удара молота о поковку: $$\eta = 90{,}9\%$$

Вариант 3

Дано: $v = 1м/с$ $T_1 = 50Дж$ $\eta = 90{,}9\%$	Решение Кинетическая энергия молота в момент удара определяется по формуле: $$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$ Отсюда можно найти массу молота: $$m_1 = \frac{2T_1}{v_1^2}$$ Подставим численные значения и получим: $$m_1 = \frac{2 \cdot 50Дж}{1м/с^{\ 2}} = 100кг$$ До удара молот имел кинетическую энергию T_1. Энергия, переданная фундаменту составляет T_2. Таким образом, на деформацию поковки была использована энергия: $$T = T_1 - T_2$$ Молот предназначен для того, чтобы путём ударов о поковку вызвать деформацию поковки. Поэтому энергию T можно считать полезной. Таким образом, к.п.д. удара молота о поковку будет равен отношению энергии T, затраченной на

	деформацию поковки ко всей затраченной энергии T_1: $$\eta = \frac{T}{T_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$ Откуда найдём: $$T = T_1 \cdot \eta$$ Подставим численные значения и получим энергию, потраченную на деформацию поковки: $$T = 50Дж \cdot 0{,}909 = 45{,}45Дж$$ Энергия, переданная фундаменту рассчитывается по формуле: $$T_2 = T_1 - T$$ Подставим численные значения и получим: $$T_2 = 50Дж - 45{,}45Дж = 4{,}55Дж$$ Определим массу поковки (с наковальней): $$m_2 = \frac{\eta}{1-\eta} m_1$$ Рассчитаем: $$m_2 = \frac{0{,}909}{1 - 0{,}909} \cdot 100кг = 1000кг$$
Найти: $m_1 - ?$ $m_2 - ?$ $T - ?$ $T_2 - ?$	Ответ: Масса молота $m_1 = 100кг$ Масса поковки (с наковальней) $m_2 = 1000кг$ Энергия, потраченная на деформацию поковки: $T = 45{,}45Дж$ Энергия, переданная фундаменту: $T_2 = 4{,}55Дж$

Остальные варианты задачи учащимся предлагается решить самостоятельно.

Задача 19

Два шара массами m_1 и m_2 движутся навстречу друг другу со скоростями v_1 и v_2. Скорость шаров после прямого неупругого удара равна u. Кинетическая энергии шаров T_1 до и T_2 после удара. Доля кинетической энергии шаров, превратившейся во внутреннюю энергию равна ϖ.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 19):

Таблица 19

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_1,*кг*	2,5	4	2	8	*	7	10	*	1,2	*
m_2,*кг*	1,5	6	2	*	6	3	20	8	*	8
v_1,*м/с*	6	*	3	1	2	2	2	1	5	2
v_2,*м/с*	2	2	*	1	4	*	*	1	10	2
u,*м/с*	*	*	*	1	*	2	*	1	*	2
T_1,	*	60	63	*	58	*	*	*	185	*
T_2	*	*	*	*	*	*	107	*	*	*
ϖ.	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Решение.

Вариант 1

Дано:

$m_1 = 2{,}5$кг

$m_2 = 1{,}5$кг

$v_1 = 6$м/с

$v_2 = 6$м/с

Решение.

Неупругие шары не восстанавливают после удара своей первоначальной формы. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шары друг от друга и шары после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью u. Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Так как шары движутся по одной прямой, то этот закон можно записать в скалярной форме.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \ m_1 + m_2 \ u$$

откуда:

$$u = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2}$$

Направление скорости первого шара примем за положительное, тогда при вычислении скорость второго шара, который движется навстречу первому, следует взять

	со знаком минус: $$u = \frac{2{,}5\text{кг}\cdot 6\text{м/с} - 1{,}5\text{кг}\cdot 2\text{м/с}}{2{,}5\text{кг} + 1{,}5\text{м/с}} = 3\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$ Кинетическую энергию шаров до удара определим по формуле: $$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$ Вычислим: $$T_1 = \frac{2{,}5\text{кг}\cdot\ \ 6\text{м/с}\ ^2}{2} + \frac{1{,}5\text{кг}\cdot\ \ 2\text{м/с}\ ^2}{2} = 48(\text{Дж})$$ Кинетическая энергия после удара: $$T_2 = \ m_1 + m_2\ \ u^2/2$$ Произведём вычисления и получим: $$T_2 = \frac{2{,}5\text{кг} + 1{,}5\text{кг}\ \ \ 3\text{м/с}\ ^2}{2} = 18(\text{Дж})$$ Если сравнить кинетические энергии шаров до и после удара, то увидим, что в результате неупругого удара произошло уменьшение их кинетической энергии, за счёт чего увеличилась их внутренняя энергия Определим долю кинетической энергии, которая пошла на увеличение внутренней энергии шаров: $$\varpi = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$ Рассчитаем: $$\varpi = \frac{48\text{Дж} - 18\text{Дж}}{48\text{Дж}} = 0{,}62$$
Найти: T_1–? T_2–? ϖ– ?	Ответ: $T_1 = 48(\text{Дж})$ $T_2 = 18(\text{Дж})$ $\varpi = 0{,}62$

4.3 Задачи для самостоятельного решения.

Задача 20

Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь s приобрела скорость v. Работа силы равна A. Масса вагонетки равна m. Коэффициент трения μ. Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 20):

Таблица 20

№вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F,Н	*	5	*	200	10	7	*	4	*	6
A,Дж	*	100	60	*	200	21	50	40	*	*
s, м	5	*	3	5	*	*	50	*	8	10
v, м/с	2	*	6	*	5	*	0,5	2	0,2	*
m, кг	400	10	*	200	20	14	*	40	400	12
μ	0,01	0,02	0,005	0,001	*	0,007	0,01	*	0,02	0,01

Задача 21

При выстреле из орудия снаряд массой m_1 получает кинетическую энергию T_1. Импульс снаряда при этом равен p_1. Кинетическая энергия ствола орудия вследствие отдачи равна T_2. Импульс, получаемый орудием в результате выстрела равен p_2. Масса ствола орудия равна m_2.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 21):

Таблица 21

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_1, кг	10	*	5	16	*	7	5	20	2	30
T_1,МДж	1,8	1,0	*	*	1,2	7	*	*	*	*
p_1,$кг \cdot м/с$	*	4000	2000	*	*	*	6000	*	400	1500
m_2, кг	600	800	*	1600	600	700	1000	2000	400	1500
T_2 ,кДж	*	*	10	8	12	*	*	*	*	*
p_2,$кг \cdot м/с$	*	*	*	*	*	*	*	8000	*	*

Задача 22

Тело, падая с некоторой высоты в момент соприкосновения с землёй обладает импульсом p и кинетической энергией T. Тело падало с высоты h. Его масса равна m. Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 22):

Таблица 22

№ вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p кг · м/с	100	*	*	140	*	*	100,2	*	*	*
T, Дж	500	588,6	*	*	981	1177,2	*	588,6	392,4	1765,8
h, м	*	*	15	*	*	20	8	12	2	*
m, кг	*	2	5	10	5	*	*	*	*	6

Задача 23

Автомашина массой m останавливается за время t пройдя расстояние s. Начальная скорость автомашины равна v. Сила торможения равна F.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 23):

Таблица 23

№вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m, кг	2000	1500	*	1200	*	*	*	1800	1400	2800
t,с	6	*	5	*	10	12	5	*	*	*
s,м	30	4	*	*	*	*	25	40	50	12
v,м/с	*	*	30	20	10	24	*	20	25	6
F,Н	*	3000	24000	4800	3000	5000	6000	*	*	*

Задача 24

Насос мощностью N используют для откачки нефти с глубины h. Масса нефти, которая поднята насосом за время t равна m. К.П.Д. насоса равен η.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 24):

Таблица 24

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N,кВт	100	50	200	70	250	300	*	*	*	*
h,м	10	20	*	20	*	5	30	8	6	16
t,с	120	200	100	*	60	*	30	20	60	80
m, т	*	40	163	20	110	150	20	5	10	4
η	0,9	*	0,8	0,8	0,75	0,6	0,8	0,9	0,85	0,95

Тема 5 Динамика твёрдого тела

5.1 Основные теоретические положения

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

При описании вращательного движения пользуются полярными координатам R и φ, где R - радиус – расстояние от полюса (центра вращения) до материальной точки, а φ - полярный угол (угол поворота).

Элементарные повороты рассматриваются как псевдовекторы.

Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ - векторная величина, модуль которой равен углу поворота, а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта.

Абсолютно твёрдое тело – тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь и расстояние между двумя любыми точками этого тела остаётся постоянным.

Абсолютно упругое тело – тело, деформация которого подчиняется закону Гука, а после прекращения внешнего силового воздействия такое тело полностью восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.

Абсолютно неупругое тело – тело, полностью сохраняющее деформированное состояние после прекращения действия внешних сил.

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2 \tag{70}$$

где m - масса точки,

r - расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы (тела)

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \tag{71}$$

где r_i - расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения, в случае непрерывного распределения масс:

$$J = \int r^2 dm \tag{72}$$

Теорема Штейнера

$$J = J_C + ma^2 \tag{73}$$

где J - момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от оси проходящей через центр масс на расстояние a

J_C - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс,

m - масса тела.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z :

$$T_{вр.} = \frac{J_z\omega^2}{2} \tag{74}$$

где J_z - момент инерции тела относительно оси z,

ω - его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}J_C\omega^2 \tag{75}$$

где m - масса тела,

v_C - скорость центра масс тела,

J_C - момент инерции тела, относительно оси, проходящей через его центр масс,

ω - угловая скорость тела.

Момент силы относительно неподвижной точки.

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] \tag{76}$$

где $\vec{r}$ - радиус вектор, проведённый из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Модуль момента силы

$$M = Fl \tag{77}$$

где l - плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения.

Работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi \tag{78}$$

где M_z - момент силы относительно оси z,

$d\varphi$ - угол поворота тела.

Момент импульса (момент количества движения) относительно оси вращения

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i r_i = J_z \omega \qquad (79)$$

где r_i - расстояние от оси z до отдельной частицы тела ,

$m_i v_i$ - импульс этой частицы,

J_z - момент инерции тела относительно оси z ,

ω - его угловая скорость

Уравнение (закон) динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси.

$$\overrightarrow{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \; M_Z = J_Z \frac{d\omega}{dt} = J_Z \varepsilon \qquad (80)$$

где J_Z - момент инерции тела относительно оси z,

ε - угловое ускорение,

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы

$$\vec{L} = const \qquad (81)$$

Напряжение при упругой деформации тела.

$$\sigma = \frac{F}{S} \qquad (82)$$

где F - растягивающая (сжимающая) сила ,

S - площадь поперечного сечения тела.

Относительное продольное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \qquad (83)$$

где, Δl - изменение длины тела при растяжении (сжатии) ,

l - длина тела до деформации.

Относительное поперечное сжатие (растяжение)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d} \qquad (84)$$

где Δd - изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии),

d - диаметр стержня.

Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением) ε' и относительным продольным растяжением (сжатием) ε.

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon \tag{85}$$

где μ - коэффициент Пуассона.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия):

$$\sigma = E\varepsilon \tag{86}$$

где E - модуль Юнга.

Потенциальная энергия упруго-растянутого (сжатого) тела.

$$\Pi = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2 = \frac{E\varepsilon^2}{2}V \tag{87}$$

где V - объём тела.

5.2 Примеры решения многовариантных задач.

Задача 25

Маховик в виде диска массой m и радиусом r был раскручен до частоты вращения n_1 и затем предоставлен самому себе. Вследствие трения маховик остановился. Момент сил трения равен M. Маховик остановился через время t. До полной остановки маховик сделал N оборотов.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 25):

Таблица 25.

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m,кг	50	10	40	*	5	*	20	24	8	*
r,см	20	30	*	50	10	20	*	*	24	16
n_1 $мин^{-1}$	480	360	600	*	300	240	120	*	60	
M,Н · м	*	*	12,56	25,12	12,56	50,24	*	6,28	*	3,14
t,с	50	*	10	8	*	*	5	2	10	*
N,об.	*	9	*	10	*	20	5	12	*	8

Решение:

Вариант 1

<table>
<tr><td>Дано:
$m = 50$кг.
$r = 0{,}2$м
$n_1 = 480$мин$^{-1}$
$t = 50c$</td><td>Решение:
По второму закону динамики вращательного движения изменение момента импульса вращающегося тела равно произведению момента силы, действующей на тело на время действия этой силы:
$$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$$
где J – момент инерции маховика
ω_1, ω_2 – начальная и конечная угловые скорости
Поскольку
$$\omega_2 = 0$$
и
$$\Delta t = t,$$
то
$$Mt = -J\omega_1$$
Откуда получаем:
$$M = -\frac{J\omega_1}{t}$$
Момент инерции диска относительно его геометрической оси
равен:
$$J = \frac{mr^2}{2}$$
Подставим это выражение в формулу для момента сил и получим:
$$M = -\frac{mr^2\omega_1}{2t}$$
Выразим угловую скорость через частоту вращения:</td></tr>
</table>

$$\omega_1 = 2\pi n_1$$

Пересчитаем частоту вращения из оборотов в минуту в обороты в секунду, для этого частоту вращения, выраженную в оборотах в минуту разделим на 60 и получим частоту вращения, выраженную в оборотах в секунду:

$$n_1 = 480\text{мин.}^{-1} = 8\text{с}^{-1}$$

Рассчитаем угловую скорость:

$$\omega_1 = 2\cdot 3{,}14\cdot 8 = 50{,}24(\text{рад/с})$$

Рассчитаем момент сил:

$$M = -\frac{50\text{кг}\cdot\ 0{,}2\text{м}^{\ 2}\cdot\frac{50{,}24\text{рад}}{\text{с}}}{2\cdot 50\text{с}} = -1\text{Н}\cdot\text{м}$$

Рассчитаем число оборотов, которое сделает диск до полной остановки:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi}$$

При равнозамедленном вращательном движении угол поворота рассчитывается по формуле:

$$\varphi = \omega_1 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\omega_1 t}{2}$$

Подставим численные значения и получим, что маховик до полной остановки развернулся на угол:

$$\varphi = \frac{50{,}24\text{рад/с}\cdot 50\text{с}}{2} = 1256\ \text{рад.}$$

Тогда получим число оборотов маховика:

$$N = \frac{1256\text{рад}}{2\cdot 3{,}14} = 200(\text{об})$$

Найти:	Ответ:
$M-?$ $N-?$	$\mathrm{M} = -1(\mathrm{Н} \cdot \mathrm{м})$ $\mathrm{N} = 200(\text{об})$

Вариант 2

<table>
<tr>
<td>Дано:
$m = 10\text{кг}$
$r = 0{,}3\text{м}$
$n_1 = 6c^{-1}$
$N = 9\text{об.}$</td>
<td>Решение:
В условии задачи дано число оборотов, сделанных маховиком до его полной остановки, то есть его угловое перемещение. Поэтому можно применить формулу, которая выражает связь работы с изменением кинетической энергии:

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2},$$
или, учитывая то, что $\omega_2 = 0$

$$A = -\frac{J\omega_1^2}{2},$$
С другой стороны, работа при вращательном движении определяется по формуле:

$$A = M\varphi$$
Подставив выражения работы и момента инерции диска в формулу выше получим:

$$M\varphi = -\frac{mr^2\omega_1^2}{4}$$
Отсюда момент силы трения:

$$M = -\frac{mr^2\omega_1^2}{4\varphi}$$
Угол поворота рассчитывается по формуле:

$$\varphi = 2\pi N$$
Подставим численные данные и получим:

$$\varphi = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9 = 56{,}52(\text{рад.})$$</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Выразим угловую скорость через частоту вращения:

$$\omega_1 = 2\pi n_1 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6c^{-1} = 37{,}68 рад/c$$

Рассчитаем момент силы трения:

$$M = -\frac{10кг \cdot \ 0{,}3м^{\ 2} \cdot \ \frac{37{,}68рад}{с}^{\ 2}}{4 \cdot 56{,}52рад} = 5{,}652(Н \cdot м)$$

Определим время, за которое произошла остановка маховика. Для этого воспользуемся формулой из решения 1 варианта:

$$\varphi = \frac{\omega_1 t}{2}$$

Откуда:

$$t = \frac{2\varphi}{\omega_1} = \frac{2 \cdot 56{,}52рад}{37{,}68рад/с} = 3(с.)$$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Найти:

M—?

t—?
</td>
<td>
Ответ:

$M = 5{,}652(Н \cdot м)$

$t = 3(с.)$
</td>
</tr>
</table>

Остальные варианты задачи учащимся предлагается решить самостоятельно.

Задача 26

Медная проволока, длина которой l и площадь поперечного сечения S, закреплена одним концом в подвесном устройстве, а к её другому концу прикреплён груз массой m. Вытянутую проволоку с грузом, отклонив до высоты подвеса отпускают. Проволоку считают невесомой, её удлинение в нижней части траектории равно Δl. Модуль Юнга для меди $\mathrm{E} = \mathbf{118Гпа}$ [3]

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 26):

Таблица 26

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l,м	0,8	*	1,2	1,4	2.2	*	2,5	5	3,0	*
S,мм^2	8	10	*	4	6	3	*	5	6	2
m,кг	0,4	50	1,2	*	22	12	5	*	12	0,5
Δl,мм	*	1,2	0,2	2,4	*	0,6	0,1	0,2	*	0,2

Решение.

Вариант 1

Дано:	Решение.
$l = 0{,}8$м $S = 8$мм$^2 =$ $= 8 \cdot 10^{-6}$м^2 $m = 0{,}4$кг	Запишем закон Гука: $$\sigma = E \cdot \varepsilon$$ где σ – напряжение, определяется по формуле: $$\sigma = \frac{F}{S}$$ E – модуль Юнга ε – относительное удлинение, оно определяется по формуле: $$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$ Отсюда выразим удлинение проволоки в нижней части траектории: $$\Delta l = \frac{Fl}{ES}$$ Сила, которая растягивает проволоку складывается из силы тяжести, действующей на груз, прикреплённый к проволоке и из центробежной силы возникающей при движении груза по окружности:

	$$F = mg + \frac{mv^2}{l + \Delta l}$$ Скорость движения груза в нижней точке траектории найдём из закона сохранения энергии. В нижней точке траектории вся сообщённая грузу потенциальная энергия превратится в кинетическую энергию и можно записать: $$\frac{mv^2}{2} = mg\ l + \Delta l$$ Откуда: $$mv^2 = 2mg\ l + \Delta l$$ Тогда, сила действующую на проволоку в нижней части траектории груза можно записать: $$F = mg + \frac{2mg(l + \Delta l)}{l + \Delta l} = 3mg$$ Из чего можно найти удлинение медной проволоки в нижней части траектории: $$\Delta l = \frac{Fl}{ES} = \frac{3mgl}{ES}$$ Выполним вычисления и получим: $$\Delta l = \frac{3 \cdot 0{,}4\text{кг} \cdot 9{,}81\text{м}\ \ \text{с}^2 \cdot 0{,}8\text{м}}{118 \cdot 10^9\text{Па} \cdot 8 \cdot 10^{-6}\text{м}^2} = 9{,}98 \cdot 10^{-4}\text{м}$$
Найти: Δl–?	Ответ: $\Delta l = 9{,}98 \cdot 10^{-4}\text{м}$

Вариант 2.

Дано:	Решение
$S = 10\text{мм}^2 =$ $= 10 \cdot 10^{-6}\text{м}^2$ $m = 0{,}5\text{кг}$	Запишем закон Гука: $$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$\Delta l = 1{,}2\text{мм} =$ $= 1{,}2 \cdot 10^{-3}\text{м}$	где σ – напряжение, определяется по формуле: $$\sigma = \frac{F}{S}$$ E – модуль Юнга ε – относительное удлинение, оно определяется по формуле: $$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$ Отсюда выразим удлинение проволоки в нижней части траектории: $$\Delta l = \frac{Fl}{ES}$$ Сила, которая растягивает проволоку складывается из силы тяжести, действующей на груз, прикреплённый к проволоке и из центробежной силы возникающей при движении груза по окружности: $$F = mg + \frac{mv^2}{l + \Delta l}$$ Скорость движения груза в нижней точке траектории найдём из закона сохранения энергии. В нижней точке траектории вся сообщённая грузу потенциальная энергия превратится в кинетическую энергию и можно записать: $$\frac{mv^2}{2} = mg\ \ l + \Delta l$$ Откуда: $$mv^2 = 2mg\ \ l + \Delta l$$ Тогда, сила действующую на проволоку в нижней части траектории груза можно записать:

<table>
<tr><td></td><td>$$F = mg + \frac{2mg(l + \Delta l)}{l + \Delta l} = 3mg$$
Из чего можно найти первоначальную длину медной проволоки:
$$l = \frac{\Delta l \cdot E \cdot S}{3mg}$$
Выполним вычисления и получим:
$$l = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-3}\text{м} \cdot 118 \cdot 10^{9}\text{Па} \cdot 10 \cdot 10^{-6}\text{м}}{3 \cdot 50\text{кг} \cdot 9{,}81\text{м}\ \ \text{с}^2} = 0{,}96(\text{м})$$</td></tr>
<tr><td>Найти:

l—?</td><td>Ответ:

$l = 0{,}96(\text{м})$</td></tr>
</table>

5.3 Задачи для самостоятельного решения.

Задача 27

Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого равен J,вращаясь при торможении равнозамедленно за время t уменьшил частоту своего вращения с n_0 до n_1. Угловое ускорение маховика равно ε. Момент силы торможения составляет M. Работа торможения равна A.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 27):

Таблица 27

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
J,кг $\cdot$ м^2	1,5	*	2,0	5	6	*	*	2	2	4
t,с	60	*	20	*	4	*	1	*	*	*
n_0,об/мин	240	480	180	240	540	360	180	*	*	*
n_1.об/мин	120	240	*	120	*	240	*	120	60	180
ε,рад/с	*	π	2π	*	*	2π	3π	π	π	π
M, Нм	*	25,12	*	*	*	6,28	3,14	6,28	6,28	6,28
A, Дж	*	*	*	$120\pi^2$	$120\pi^2$	*	*	*	$180\pi^2$	$240\pi^2$

Задача 28

Маховик начинает вращаться из состояния покоя с постоянным угловым ускорением ε. Кинетическая энергия маховика через время t_2 после начала движения равна T. Момент импульса маховика через время t_1 после начала движения равен L_1.[4]

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 28):

Таблица 28

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε, рад/с^2	π	2π	π	*	*	*	2π	2π	2π	2π
t_2, с	5	2	1	2	2	4	5	8	*	3
T, Дж	*	$20\pi^2$	$2\pi^2$	$4\pi^2$	$72\pi^2$	$2\pi^2$	*	*	$300\pi^2$	$18\pi^2$
t_1, с	2	5	4	5	6	8	5	6	1	*
L_1,кг$\cdot$м^2/с	10π	*	*	20π	72π	4π	30π	24π	12π	10π

Задача 29

Алюминиевый стержень растянули и его относительное удлинение составило ε. На растяжение стрежня была затрачена работа А. Длина стержня равна l. Площадь поперечного сечения равна S. Модуль Юнга для алюминия равна $\mathrm{E} = 69$ГПа.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 29):

Таблица 29

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε	*	0,008	0,01	0,016	*	0,012	0,01	0,02	*	0,015
А, Дж	6,9	*	13,8	3,45	27,6	*	6,9	3,45	6,9	*
l,м	1	2	*	1,6	1,8	2,2	*	2	1	1,5
S,мм^2	1	2	1,2	*	0,9	1,1	1	*	0,5	3,0

Тема 6 Тяготение. Элементы теории поля.

6.1 Основные теоретические положения

Третий закон Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} \tag{88}$$

где T_1 и T_2 - периоды обращения планет вокруг Солнца,
R_1, R_2 - большие полуоси орбит этих планет.
Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{89}$$

где F – сила всемирного тяготения (гравитационная сила) двух материальных точек массами m_1, m_2,
r - расстояние между точками,
$G = 6{,}6731 \cdot 10^{-11}\,\frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$ - гравитационная постоянная.
Сила тяжести:

$$\vec{F} = m\vec{g} \tag{90}$$

где m - масса тела,
g - ускорение свободного падения
Напряжённость поля тяготения:

$$\vec{E} = \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{91}$$

где F - сила тяготения, действующая на материальную точку массой m, помещённую в данную точку поля.
Вес тела:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}) \tag{92}$$

где a – ускорение тела.
Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1, m_2 находящихся на расстоянии r друг от друга

$$П = -\frac{G m_1 m_2}{r} \tag{93}$$

Потенциал поля тяготения:

$$\varphi = \frac{\Pi}{m} \tag{94}$$

где Π - потенциальная энергия материальной точки массой m помещённой в данную точку поля.

Связь между потенциалом поля тяготения и его напряжённостью:

$$\vec{g} = -grad\varphi \tag{95}$$

или

$$\vec{g} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) \tag{96}$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы координатных осей.

Первая космическая скорость – это минимальная скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могла двигаться вокруг Земли по круговой орбите:

$$v_1 = \sqrt{gR_0} \approx 7{,}9 км/с \tag{97}$$

Вторая космическая скорость – это наименьшая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могла преодолеть притяжение Земли и превратиться в спутник Солнца.

$$v_2 = \sqrt{2gR_0} \approx 11{,}2 км/с. \tag{98}$$

Третья космическая скорость – это скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно покинуло пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца.

$$v_3 = 16{,}7 км/с \tag{99}$$

Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчёта:

$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{ин.} \tag{100}$$

где $\vec{a}$ и $\vec{a}'$ - соответственно ускорения тела в инерциальной и неинерциальной системах отсчёта.,

$\vec{F}_{ин}$ - силы инерции.

Силы инерции

$$\vec{F}_{ин} = \vec{F}_{и} + \vec{F}_{ц} + \vec{F}_{К} \qquad (101)$$

где $\vec{F}_{и}$ - силы инерции, проявляющиеся при поступательном движении системы отсчёта с ускорением a_0:

$$\vec{F}_{и} = -ma_0 \qquad (102)$$

$\vec{F}_{ц}$- центробежные силы инерции (силы инерции, действующие во вращающейся системе отсчёта на тела, удалённые от оси вращения на конечное расстояние R):

$$\vec{F}_{ц} = -m\omega^2 R \qquad (103)$$

$\vec{F}_{К}$ - кориолисова сила инерции (силы инерции, действующие на тело, движущееся со скоростью v' во вращающейся системе отсчёта):

$$\vec{F}_{К} = 2m\left[\vec{v}\,', \vec{\omega}\right] \qquad (104)$$

6.2 Пример решения многовариантной задачи

Задача 30

Работа сил гравитационного поля Земли при перемещении тела массой m из точки 1 в точку 2 равна A_{12}. Радиус Земли R и ускорение g свободного падения вблизи поверхности Земли считать известными. Точка 1 расположена на высоте n_1R от поверхности Земли. Точка 2 расположена на высоте n_2R.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 30):

Таблица 30

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m, **кг**	10	12	5	*	*	*	5	7	10	90
A_{12},МДж	*	120	150	100	95	140	*	70	75	80
n_1	3	3	*	2,5	1,5	4	3	*	2,5	*
n_2	2	*	1,5	1	0,5	1	1	1	*	1

Решение.

Вариант 1

Дано:	Решение:
$m = 10кг$ $n_1 = 3$ $n_2 = 2$ $R = 6{,}37 \cdot 10^6 м$ $g = 9{,}81 м \ с^2$	Для решения задачи воспользуемся соотношением между работой А и изменением $\Delta П$ потенциальной энергии. Поскольку силы системы - гравитационные – относятся к силам консервативным, то работа сил поля совершается за счёт убыли потенциальной энергии, т.е.: $$A_{12} = -\Delta П = П_1 - П_2$$ где $П_1$ – потенциальная энергия системы тело – Земля в начальном состоянии $П_2$ - потенциальная энергия системы тело – Земля в конечном состоянии Примем то, что потенциальная энергия взаимодействия тела и Земли равна нулю, когда тело находится на бесконечно большом расстоянии от Земли. Тогда на некотором расстоянии r потенциальная энергия выразится равенством: $$П = -G\frac{mM}{r}$$ где М – масса Земли Для расстояния $r_1 = n_1 R$ потенциальная энергия запишется так: $$П_1 = -G\frac{mM}{n_1 R}$$ Для расстояния $r_2 = n_2 R$ потенциальная энергия запишется так: $$П_2 = -G\frac{mM}{n_2 R}$$ Найдём работу гравитационных сил в общем виде:

	$A_{12} = -G\frac{mM}{n_1 R} - \ \ -G\frac{mM}{n_2 R}$ По условию задачи: $n_1 = 3$ а $n_2 = 2$ Тогда работа гравитационных сил: $A_{12} = -G\frac{mM}{3R} - \ \ -G\frac{mM}{2R} \ \ = \frac{1}{6}G\frac{mM}{R}$ Если учесть то, что $G\frac{M}{R^2} = g$ Получим: $А_{12} = \frac{mgR}{6}$ Произведём расчёт: $А_{12} = \frac{1}{6} \cdot 10кг \cdot 9{,}81м \ \ с^2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 м = 1{,}04 \cdot 10^8 Дж$ $А_{12} = 104 МДж$
Найти: $А_{12}$–?	Ответ: $А_{12} = 104 МДж$

Вариант 2.

Дано:	Решение:
$m = 12кг$ $n_1 = 3$	Для решения задачи воспользуемся соотношением между работой А и изменением ΔП потенциальной энергии. Поскольку силы системы - гравитационные – относятся к силам консервативным, то работа сил поля совершается за

$R = 6{,}37 \cdot 10^6$м

$g = 9{,}81$м c^2

$А_{12} = 120$Дж

счёт убыли потенциальной энергии, т.е.:

$$A_{12} = -\Delta П = П_1 - П_2$$

где

$П_1$ – потенциальная энергия системы тело – Земля в начальном состоянии

$П_2$ - потенциальная энергия системы тело – Земля в конечном состоянии

Примем то, что потенциальная энергия взаимодействия тела и Земли равна нулю, когда тело находится на бесконечно большом расстоянии от Земли. Тогда на некотором расстоянии r потенциальная энергия выразится равенством:

$$П = -G\frac{mM}{r}$$

где

М – масса Земли

Для расстояния $r_1 = n_1 R$ потенциальная энергия запишется так:

$$П_1 = -G\frac{mM}{n_1 R}$$

Для расстояния $r_2 = n_2 R$ потенциальная энергия запишется так:

$$П_2 = -G\frac{mM}{n_2 R}$$

Найдём работу гравитационных сил в общем виде:

$$A_{12} = -G\frac{mM}{n_1 R} - \quad -G\frac{mM}{n_2 R}$$

Выразим n_2:

$$n_2 = \frac{mgRn_1}{A_{12} \cdot n_1 + mgR}$$

Рассчитаем n_2:

	$$n_2 = \frac{12\text{кг} \cdot 9{,}81\text{м} \quad c^2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\text{м} \cdot 3}{120 \cdot 10^6\text{Дж} \cdot 3 + 12\text{кг} \cdot 9{,}81\text{м} \quad c^2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\text{м}}$$ $$n_2 \approx 0{,}68$$
Найти: $n_2 -?$	Ответ: $n_2 \approx 0{,}68$

6.3 Задачи для самостоятельного решения

Задача 31.

Радиус малой планеты R. Средняя плотность планеты равна ρ. Ускорение свободного падения равно g. Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 31):

Таблица 31

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R,км.	250	300	*	180	400	*	150	100	*	140
ρ, г/см^3	3	*	5	1,8	*	2	5	*	4	7
g, м/с^2	*	0,3	0,1	*	0,4	0,12	*	0,05	0,36	*

Задача 32

Центры масс двух одинаковых однородных шаров массой m находятся на расстоянии r. Сила гравитационного взаимодействия шаров равна F.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 32):

Таблица 32

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m, кг	1	*	3	5	*	20	8	*	6	1,2
r, м	1	0,5	*	2	3	*	2	5	*	0,2
F, пН	*	12	24	*	2,2	124	*	1,2	0,25	*

Тема 7 Элементы механики жидкостей.

7.1 Основные теоретические положения

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h:

$$p = \rho g h \tag{105}$$

где ρ - плотность жидкости.

Закон Архимеда:

$$F_A = \rho g V \tag{106}$$

где F_A - выталкивающая сила,

V - объём вытесненной жидкости.

Уравнение непрерывности

$$Sv = const \tag{107}$$

где S - площадь поперечного сечения трубки тока.

v - скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const \tag{108}$$

где p - статическое давление жидкости для определённого сечения трубки тока,

v - скорость жидкости для этого же сечения,

$\frac{\rho v^2}{2}$ - динамическое давление жидкости для этого же сечения,

h - высота на которой расположено сечение,

$\rho g h$ - гидростатическое давление,

Уравнение Бернулли для трубки тока расположенной горизонтально

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const \tag{109}$$

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в широком открытом сосуде:

$$v = \sqrt{2gh} \tag{110}$$

где h- глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости:

$$F=\eta\left|\frac{\Delta v}{\Delta x}\right|S \qquad 111)$$

где η- динамическая вязкость жидкости,

$\left|\frac{\Delta v}{\Delta x}\right|$- градиент скорости,

S- площадь соприкасающихся слоёв.

Число Рейнольдса, определяющее характер движения жидкости

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho\langle v\rangle d}{\eta} \qquad (112)$$

где ρ- плотность жидкости,

$\langle v\rangle$ - средняя по сечению трубы скорость жидкости.

d- характерный линейный размер, например – диаметр трубы.

Формула Стокса**,** позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик.

$$F=6\pi\eta rv \qquad (113)$$

где r- радиус шарика,

v - его скорость.

Формула Пуазейля, позволяющая определить объём жидкости, протекающий через капиллярную трубку длиной l за время t:

$$V=\pi R^4\frac{\Delta pt}{8\eta l} \qquad (114)$$

где R - радиус трубки,

Δp- разность давлений на концах трубки.

При движении твёрдых тел в жидкостях и газах
лобовое сопротивление:

$$R_X=C_X\frac{\rho v^2}{2}S \qquad (115)$$

где C_X - коэффициент сопротивления (безразмерный).

ρ - плотность среды,
v - скорость движения тела,
S - площадь наибольшего поперечного сечения тела.
подъёмная сила

$$R_y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S \tag{116}$$

где C_y - коэффициент подъёмной силы (безразмерный)

7.2 Примеры решения многовариантных задач.

Задача 33

Дробинка из свинца плотностью $\rho = 11{,}3\text{г}/\text{см}^3$ диаметром d опускают в широкий сосуд глубиной h. Динамическая вязкость глицерина равна $\eta = 1{,}48\text{Па}\cdot\text{с}$. Плотность жидкости (глицерина) равна $\rho = 1{,}26\text{г}/\text{см}^3$. Скорость, с которой тонет дробинка, равна v. Время, которое необходимо для того, чтобы дробинка достигла дня равно t.[5]

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 33):

Таблица 33

№вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d,мм	4	*	*	*	2,2	3,6	4,5	*	2,8	*
h, м	1,5	2,2	*	3,0	*	1,8	*	2,4	*	2,5
v, м с	*	0,05	0,06	*	0,05	*	0,05	*	0,07	*
t, c	*	*	20	30	*	*	*	20	*	30

Решение:

Дано:	Решение:
$d = 4\text{мм}$ $= 4\cdot 10^{-3}\text{м}$ $h = 1{,}5\text{м}$	Дробинка движется в жидкости равномерно и прямолинейно с постоянной скоростью. $$v = const$$ Время движения дробинки: $$t = \frac{h}{v}$$ Поскольку движение дробинки равномерное, следовательно, сумма сил, действующих на неё равна нулю и можно записать

так:

$$mg = F_A + F$$

где,
mg – сила тяжести:

$$mg = \rho g V = \frac{4}{3}\rho g \pi r^3$$

ρ – плотность материала шарика
g – ускорение свободного падения
$r = \frac{d}{2}$ – радиус дробинки
F_A – сила Архимеда:

$$F_A = \frac{4}{3}\rho' g \pi r^3$$

ρ' - плотность жидкости

F – сила сопротивления среды:

$$F = 6\pi\eta r v$$

η – динамическая вязкость жидкости
v – скорость движения жидкости
Отсюда можно записать:

$$\frac{4}{3}\rho g \pi r^3 = \frac{4}{3}\rho' g \pi r^3 + 6\pi\eta r v$$

Выразим скорость движения дробинки:

$$v = \frac{2gr^2\ \ \rho - \rho'}{9\eta} = \frac{gd^2\ \ \rho - \rho'}{18\eta}$$

Рассчитаем скорость движения дробинки, для этого сначала выразим плотность дробинки и плотность жидкости в единицах СИ:
Плотность дробинки:

$$\rho = 11300\text{кг/м}^3$$

	Плотность жидкости (глицерина): $$\rho' = 1260 кг/м^3$$ Тогда скорость движения дробинки: $$v = \frac{9{,}81 м\ \ с^2 \cdot\ \ 4 \cdot 10^{-3} м\ \ ^2 \cdot\ \ 11300 кг\ \ м^3 - 1260 кг\ \ м^3}{18 \cdot 1{,}48 Па \cdot с}$$ $$v = 0{,}06(м\ \ с)$$ Найдём время движения дробинки: $$t = \frac{h}{v}$$ Рассчитаем время движения дробинки: $$t = \frac{1{,}5}{0{,}06 м/с} = 25(с)$$
Найти: v—? t—?	Ответ: $v = 0{,}06(м\ \ с)$ $t = 25(с)$

Вариант 2

Дано:	Решение:
	Дробинка движется в жидкости равномерно и прямолинейно с постоянной скоростью. $$v = const$$ Время движения дробинки: $$t = \frac{h}{v}$$ Рассчитаем время движения дробинки:

$$t = \frac{2{,}2\text{м}}{0{,}05\text{м/с}} = 44(\text{с})$$

Поскольку движение дробинки равномерное, следовательно, сумма сил, действующих на неё равна нулю и можно записать так:

$$mg = F_A + F$$

где,
mg – сила тяжести:

$$mg = \rho g V = \frac{4}{3}\rho g \pi r^3$$

ρ – плотность материала шарика
g – ускорение свободного падения
$r = \frac{d}{2}$ – радиус дробинки
F_A – сила Архимеда:

$$F_A = \frac{4}{3}\rho' g \pi r^3$$

ρ' - плотность жидкости

F – сила сопротивления среды:

$$F = 6\pi\eta r v$$

η – динамическая вязкость жидкости
v – скорость движения жидкости
Отсюда можно записать:

$$\frac{4}{3}\rho g \pi r^3 = \frac{4}{3}\rho' g \pi r^3 + 6\pi\eta r v$$

Выразим скорость движения дробинки:

$$v = \frac{2gr^2\ \rho - \rho'}{9\eta} = \frac{gd^2\ \rho - \rho'}{18\eta}$$

Отсюда найдём выражение для диаметра дробинки:

	$$d=\sqrt{\frac{18\eta\cdot v}{g(\rho-\rho')}}$$ Рассчитаем диаметр дробинки, для этого сначала выразим плотность дробинки и плотность жидкости в единицах СИ: Плотность дробинки: $$\rho=11300\text{кг/м}^3$$ Плотность жидкости (глицерина): $$\rho'=1260\text{кг/м}^3$$ Тогда диаметр дробинки: $$d=\sqrt{\frac{18\cdot 1{,}48\text{Па}\cdot\text{с}\cdot 0{,}05\text{м/с}}{9{,}81\text{м/с}\cdot(11300\text{кг/м}^3-1260\text{кг/м}^3)}}$$ $$d\approx 3{,}7\text{мм}$$
Найти: t—? d—?	Ответ: $t=44(\text{с})$ $d\approx 3{,}7\text{мм}$

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно

7.3 Задачи для самостоятельного решения

Задача 34

Бак цилиндрической формы площадью основания S и объёмом V заполнен водой. Время, необходимое для полного опустошения бака равно t, если на дне бака образовалось круглое отверстие площадью S_1. Пренебречь вязкостью воды.

Определить неизвестную физическую величину, в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 34):

Таблица 34

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S, м^2	*	8	10	6	*	5	12	4	*	14
V, м^3	60	*	100	90	70	*	60	120	200	*
t,$\cdot 10^4 c$	6	2	*	3	4	2,5	*	12	20	1,24
S_1, см^2	6	5	8	*	12	5	3	*	10	7

Тема 8 Элементы специальной (частной) теории относительности

8.1 Основные теоретические положения

Первый постулат Эйнштейна (принцип относительности):

Все законы природы инвариантны (неизменны) по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

Второй постулат Эйнштейна (принцип постоянства скорости света)

Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Преобразование Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{117}$$

где предполагается что система отсчёта K' движется со скоростью v в положительном направлении оси x системы отсчёта K, причём оси x и x' совпадают, а оси y' и y, z' и z параллельны,

$c = 3 \cdot 10^8\, м/с$ - скорость распространения света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{118}$$

где τ - промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный движущимися вместе с телом часами.

τ' - промежуток времени между теми же событиями, отсчитанный покоящимися часами,

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины:

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{119}$$

где l - длина стержня, измеренная в системе отсчёта, относительно которой он движется со скоростью v.

l_0 - длина стержня, измеренная в системе отсчёта, относительно которой стержень покоится (собственная длина),

Релятивистский закон сложения скоростей:

$$u_x' = \frac{u_x - u}{1 - vu_x/c^2}, u_y' = \frac{u_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, u_z' = \frac{u_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, \tag{120}$$

где предполагается что система отсчёта K' движется со скоростью v в положительном направлении оси x системы отсчёта K, причём оси x и x' совпадают, а оси y' и y, z' и z параллельны, [6]

$c = 3 \cdot 10^8 \, м/с$ - скорость распространения света в вакууме.

Интервал s_{12} между событиями (инвариантная величина):

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = inv \tag{121}$$

где t_{12} - промежуток времени между событиями 1 и 2,

l_{12} - расстояние между точками, где произошли события.

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v^2 / c^2)}} \tag{122}$$

где m_0 - масса покоя частицы

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - (v^2 / c^2)}} \tag{123}$$

Основной закон релятивистской динамики:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{124}$$

где $\vec{p}$ - релятивистский импульс частицы.

Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v^2 / c^2)}} = m_0 c^2 + T \tag{125}$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$T = E - E_0 \tag{126}$$

где $E_0 = m_0 c^2$ - энергия покоя частицы.

Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} - 1 \right) \tag{127}$$

Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы:

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4 \tag{128}$$

Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы:

$$p^2c^2 = T(T + 2m_0c^2) \tag{129}$$

8.2 Примеры решения многовариантных задач.

Задача 35.

Космический корабль движется со скоростью v по направлению к центру Земли. За интервал времени t_0 корабль пройдёт расстояние l в системе отсчёта, связанной с Землёй (К – система отсчёта). Интервал времени Δt_0 отсчитывается по часам, находящимся в космическом корабле (К'- система) Суточным вращением Земли вокруг Солнца пренебречь.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 35):

Таблица 35

№вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v(в долях от с)	0,9с	0,8с	*	*	0,7с	0,5с	*	0,95	0,8	*
l,Мм	*	800	1200	1100	*	1500	900	*	1600	1800
Δt_0,с	1	*	2	0,8	0,7	*	0,9	1	*	2

Решение.

Вариант 1

Дано:	Решение.
v=0,9 с Δt_0=1с	Расстояние l, которое пройдёт космический корабль в системе отсчёта, связанной с Землёй (К-система) определим по формуле: $l = v\Delta t$

	где Δt – отсчитанный в К-системе отсчёта. Этот интервал времени связан с интервалом времени, отсчитанным в K' системе следующим соотношением: $$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$ Откуда получаем: $$l = \frac{v\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$ Вычислим: $$l = \frac{0{,}9 \cdot 3 \cdot 10^8 м/с \cdot 1с}{\sqrt{1-0{,}9^2}} = 619 \cdot 10^6 м = 619 Мм$$
Найти: l–?	Ответ: $l = 619$Мм

Вариант 2

Дано:	Решение. Расстояние l, которое пройдёт космический корабль в системе отсчёта, связанной с Землёй (К-система) определим по формуле: $$l = v\Delta t$$ где Δt – отсчитанный в К-системе отсчёта. Этот интервал времени связан с интервалом времени, отсчитанным в K' системе следующим соотношением: $$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$ Откуда получаем: $$\Delta t_0 = \frac{l\sqrt{1-(v/c)^2}}{v}$$

	Вычислим: $$\Delta t_0 = \frac{800 \cdot 10^6 м \cdot \sqrt{1-0{,}8^2}}{0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8 м/с} = 0{,}2с$$
Найти: Δt_0–?	Ответ: $\Delta t_0 = 0{,}2с$

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно.

Задача 36

Электрон движется со скоростью v. Релятивистский импульс электрона равен p. Кинетическая энергия электрона равна T. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8 м/с$. Масса покоя электрона $m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31} кг$ [8]

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 36):

Таблица 36

Nвар.	1	2	3	4	5
v(в долях от с)	0,9с	*	*	0,6с	*
$p \cdot 10^{-22} кг \cdot м/с$	*	3,6	*	*	4,0
T,МэВ	*	*	0,70	*	*

Решение.

Вариант 1

Дано: $v = 0{,}9c$	Решение: Релятивистский импульс электрона определяем по формуле: $$p = m_0 c \cdot \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$ где, $$\beta = \frac{v}{c}$$

- скорость электрона, выраженная в частях скорости света

Вычислим релятивистский импульс фотона:

$$p = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\text{кг} \cdot 3 \cdot \frac{10^8\,\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{0{,}9}{\sqrt{1-0{,}9^2}} =$$

$$= 5{,}6 \cdot 10^{-22}\,\text{кг} \cdot \text{м/с}$$

В релятивистской механике кинетическая энергия T частицы определяется как разность между полной энергией E и энергий покоя E_0 этой частицы, т.е.:

$$T = E - E_0$$

Поскольку

$$E = mc^2$$

и

$$E_0 = m_0c^2$$

то, учитывая зависимость массы от скорости, получим:

$$T = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2$$

или, окончательно:

$$T = m_0c^2 \quad \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1$$

Выполним вычисления:

$$T = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\text{кг} \cdot \quad 3 \cdot 10^8\,\text{м/с} \ ^2 \quad \frac{1}{\sqrt{1-0{,}9^2}} - 1 \quad =$$

$$= 106 \cdot 10^{-15}\text{Дж}$$

Если выразить энергию во внесистемных единицах, то Учитывая то, что во внесистемных единицах энергия покоя

	электрона $$m_0c^2 = 0{,}51\text{МэВ}$$ Получим, что кинетическая энергия электрона равна: $$T = 0{,}66\text{МэВ}$$
Найти: p—? T—?	Ответ: $p = 5{,}6 \cdot 10^{-22}\text{кг} \cdot \text{м/с}$ $T = 106 \cdot 10^{-15}\text{Дж} = 0{,}66\text{МэВ}$

Остальные варианты учащимся предлагается решить самостоятельно

8.3 Задачи для самостоятельного решения.

Задача 37

Энергия покоя частицы равна E_0. Масса покоя частицы равна m_0. Частица движется со скоростью v. Полная энергия частицы равна E. Релятивистский импульс частицы равен p. Кинетическая энергия частицы равна T.

Определите неизвестную физическую величину в соответствии с Вашим вариантом (см. Таблицу 38):

Таблица 38

Nвар.	1	2	3	4	5
$m_0, \times 10^{-27}$кг	1,672	*	3,343	0,00091	0,00091
E_0, МэВ	*	*	*	*	*
$v \times 10^8$м/с	0,8c	0,75c	0,6c	*	*
E, МэВ	*	*	*	*	*
T, МэВ	*	*	*	*	1
$p, \times 10^{-19}$кг · м/с	*	5,68	*	0,056	*

Заключение

Учебно-методическое пособие состоит из 8 разделов, каждый из которых, в свою очередь, состоит из трёх частей.

Первая часть каждого раздела представляет из себя минимально необходимую подборку основных понятий, законов и формул, относящихся к изучаемой теме.

Вторая часть раздела включает в себя подробное решение нескольких вариантов многовариантной задачи с подробным выводом рабочей формулы и примером расчёта численного значения ответа. При этом отметим, что в целях экономии места во всех примерах приведены расчёты 2-3 вариантов, а не всех 5 – 10 возможных вариантов. Те варианты, которые не разобраны в примере решения учащимся следует решить самостоятельно.

Третья часть раздела представляет собой многовариантные задачи для самостоятельного решения. Число задач для самостоятельного решения в каждом разделе различное, но каждая задача представляет собой примерно 10 разных задач, поэтому общий объём заданий для самостоятельной работы учащихся получается значительным.

Примеры решения задач не ставят своей целью научить решению задач по физике. Это связано с тем, что научить решению задач по физике невозможно. Возможно только научиться решать задачи по физике при выполнении того условия, что учащийся будет самостоятельно решать задачи. При решении задач следует придерживаться некоторых общеизвестных правил:

1) Ознакомиться с приведёнными в начале раздела основными формулами и примерами решения задач
2) Несколько раз прочитать текст задачи и постараться вникнуть в её физический смысл. При необходимости полезно сделать схематический чертёж, например, направление движения тела, векторные величины, характеризующие это движение
3) Подумать, какие физические законы можно применить при решении данной задачи. Выяснить возможность применения законов сохранения.
4) Задачу следует вначале решить в общем виде, то есть получить алгебраическое выражение, содержащее буквенные обозначения физических величин, заданных в условии задачи, и буквенные обозначения постоянных.
5) Произвести проверку совпадения единиц измерения левой и правой части равенства.
6) Перед вычислением следует выразить все величины в единицах СИ.
7) Вычисления выполняют с точностью до трёх значащих цифр. С такой точностью заданы все физические величины в задачах и физические постоянные в таблицах. Как правило, вычисления выполняют с четырьмя значащими цифрами, а конечный результат округляют до трёх.

Список использованных источников

1 Детлаф А.А. Яворский Б.М. Курс физики.-М: Высшая школа, 1989. - 718 с.

2 Трофимова Т.И. Курс физики. –М: Высшая школа, 2001 – 400с.

3 Трофимова В.И. Краткий курс физики с примерами решения задач: учебное пособие – М.: КНОРУС, 2007. – 280с.

4 Сборник вопросов и задач по общей физике: Учебное пособие/ Под ред. Гершензона. – М., 1999. – 328с.

5 Поезжалов В.М. Мищенко А.В. Справочно-методическое пособие для подготовки к тестированию по общей физике: Костанай – КГУ им. А. Байтурсынова, 2007

6 Чертов А.Г. Воробьёв А.А. Задачник по физике – М: Издательство Физико – математической литературы, 2008. -640с.

7 Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – СПб.: Книжный мир, 2008.-328с.

8 Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. (для втузов) М: Мир и образование, ОНИКС 21 век, 2002.- 384с.