

Қазақстан Республикасының білім және ғылым министрлігі
А. Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті
Аграрлық – техникалық институт

Машина жасау кафедрасы

Г.Д.Асанова, Б.Н.Жаналинов

МАТЕРИАЛДАР КЕДЕРГІСІ

Оқу құралы

(Агротехникалық институттың инженерлік мамандықтарына арналған)

Костанай, 2020



ӘОЖ 620.22(075)

КБЖ 30.121 я73

А 87

Пікір жазғандар:

Құрманов Аяп Конлямжаевич, техника ғылымының докторы, профессор, машина жасау кафедрасының профессоры.

Исинтаев Тақабай Исинтайұлы, техника ғылымының кандидаты, машина жасау кафедрасының доценті.

Шаяхметов Амангельды Булатович, техника ғылымының кандидаты, доцент (қауымдастырылған профессор), М. Дулатов атындағы Қостанай инженерлік – экономикалық университетінің ғылыми жұмыс жөніндегі проректоры

Авторлар :

Асанова Гульмира Давидовна, аға оқытушы, Жаналинов Базарбай Нургалиевич, техника ғылымының кандидаты, машина жасау кафедрасының доценті.

А87 Материалдар кедергісі: оқу құралы /Г.Д.Асанова, Б.Н.Жаналинов.- Қостанай, 2020.- 108 б.

ISBN 978-601-7640-00-2

Оқу құралында «Материалдар кедергісі» пәнінің негізгі бөлімдері, атап айтқанда: созылу, сығылу бұралу, иілу, динамикалық жүктемелер, беріктік теориялары, орнықтылық, серпімді жүйелердің орын ауыстыруы, Мор интегралы және оны есептеу әдістері енгізілген. Сонымен қатар аталған теориялық материалдардың жаттығу мысалдары келтірілген.

Оқу құралы жоғарғы оқу орындарының типтік оқу бағдарламасы негізінде, жұмыстық оқу жоспарына сәйкес жазылған, техникалық мамандықтардың бакалавриаттарына арналған.

Пәннің негізгі мақсаты студенттерге «Материалдар кедергісінің» теориялық негіздерін жете түсіндіру, өндірістегі құрылғыларды, ғимараттарды, олардың элементтерін беріктікке, қатаңдыққа және орнықтылыққа есептеуге үйрету.

ӘОЖ 620.22(075)

КБЖ 30.121 я73

А 87

А. Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университетінің Оқу – әдістемелік кеңесінің шешімімен бекітілді және ұсынылды.

ISBN 978-601-7640-00-2

© А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті

© Асанова Г.Д, Жаналинов Б.Н.,2020

Мазмұны

КІРІСПЕ.....	3
1 – Тарау: Материалдар кедергісіне негізгі түсініктемелер.....	5
1.1 Материалдар кедергісіне негізгі түсініктемелер.....	5
1.2 Есептеу сызбасы	7
1.3 Материалдар кедергісінде алдын - ала қабылданған негізгі ғылыми гипотезалар	7
1.4 Сыртқы және ішкі күштер. Қима әдісі	8
1.5 Кернеулер.....	12
1.6 Орын ауыстыру және деформация.....	12
1.7 Созылу және сығылудағы Гук заңы	14
1.8 Көлденең деформация. Пуассон коэффициенті	16
1.9 Көлбеу қимадағы кернеулер. Жанама кернеудің жұптық заңы	16
1.10 Материалдарды созылу және сығылу кезінде беріктікпен қатандыққа есептеу	18
1.11 Материалдардың негізгі механикалық сипаттамалары	19
1.12 Мысалдар. Ось бойынша созылу және сығылу	26
1.13 Статикалық анықталатын және анықталмайтын жүйелер	32
2- Тарау. Жазық қималардың геометриялық сипаттамалары, ығысу, бұралу	34
2.1 Геометриялық сипаттамалар туралы кейбір түсініктер	34
2.2 Қарапайым фигуралардың геометриялық сипаттамаларын анықтау мысалдары	37
2.3 Параллель осьтердегі инерция моменттерін есептеу	38
2.4 Координата осьтерін бұрғанда инерция моменттерін есептеу	39
2.5 Бас осьтер және бас инерция моменттері	40
2.6 Ығысу	41
2.7 Ығысу кезіндегі Гук заңы.	41
2.8 Ығыса деформацияланған конструкция элементтерін беріктікке есептеу	43
2.9 Тойтармалы қосылыстарды есептеуге мысалдар	45
2.10 Бұралу	47
2.11 Бұралу кезіндегі көлденең қимадағы кернеулер	51
2.12 Бұралу кезіндегі беріктік және қатандық	52
2.13 Мысалдар	53
3 –Тарау. Түзу сырықтардың иілуі	55
3.1 Түзу сырықтардың иілуі, түсініктер, ішкі күштер	55
3.2 Тіректер және тірек реакциялары	57
3.3 Ию моменті, көлденең күш және таралған күштің қарқындылығы арасындағы дифференциалдық тәуелділіктер	57
3.4 Ішкі күштер эпюралары	60
3.5 Қарапайым арқалықтың Q және $M_{ию}$ эпюраларын тұрғызу (сызу)	62
3.6 Иілудегі беріктік және қатандық	69
3.7 Көлденең күштер және ию моменттерінің эпюраларын тұрғызу (сызу)	69
4 - Тарау. Күрделі қарсыласу	76
4.1 Қиғаш иілу	76
4.2 Центрден тыс созылу немесе сығылу	78
4.3 Бұралып иілу	80
5 - Тарау. Динамикалық жүктемелер, Орнықтылық, Мор интегралы	85
5.1 Динамикалық жүктемелерге түсініктер	85
5.2 Динамикалық жүктемелерді есептеу тәсілдері	86
5.3 Соққы түріндегі жүктеме	89
5.4 Материалдың беріктік шегі теориясы	90
5.5 Орнықтылық. Эйлер есебі	91
5.6 Серпімді жүйелердің орын ауыстыруы, Мор интегралы	95
5.7 Мор әдісімен орын ауыстыруды есептеу тәртібі	97
5.8 Верещагин ережесі (әдісі).....	98
5.9 Мор - Верещагин әдісіне мысалдар.	100
Пайдаланған әдебиеттер тізімі	104

КІРІСПЕ

Табиғатта кездесетін қатты денелердің барлығында беріктік және қаттылық қасиеттері бар, яғни олар сыртқы күштердің белгілі шамаларына дейін сынбай (қирамай) және өздерінің геометриялық пішінін өзгертпей қарсы тұра алады.

Материалдар кедергісі біріншіден - инженерлік конструкциялар және олардың элементтерінің беріктігі және қатаңдығы туралы ғылым; екіншіден – материалдар кедергісі қатты денелердің беріктігін есептеудің негізін беретін оқулықтың кіріспесі.

Материалдар кедергісі әдістерімен машина жасау саласында, құрылыс ғимараттарында конструкциялар мен элементтердің, ауыр жүктеме жағдайында жұмыс істеуге қабілеті, қолданысқа сенімді өлшемдері анықталады.

Материалдар кедергісінің жалпы ұстанымдары механиканың заңдары мен теоремаларына, соның ішінде статиканың заңдарына негізделген. Статиканың заңдарынсыз материалдар кедергісін оқып білу мүмкін емес.

Теориялық механикаға қарағанда материалдар кедергісінде негізінен деформацияға түсетін денелердің қасиеттері, оларды беріктік қаттылық шарттарына байланысты есептеу тәсілдері қарастырылады, ал механикадағы абсолютті қатты денелердің қозғалу заңдары екінші орынға немесе кейбір жағдайларда одан да кейінге қалдырылады. Сонымен қатар, қаралатын мәселелердің жалпы ортақтығы материалдар кедергісін механиканың бір бөлігі, атап айтқанда, деформацияға түсетін қатты денелер механикасы деп айтуға да болады.

Материалдар кедергісінің мақсаты, жиі кездесетін, әсіресе типтік конструкцияларға және олардың элементтеріне, қарапайым есептеу әдістерін ұсыну. Сонымен қатар, есептеу әдістерін сандық көрсеткіштерге жеткізу үшін кейбір жағдайларда қарапайым гипотезаларға сүйене отырып жасалуы. Бұл есептер әрі қарай тәжірибелік көрсеткіштермен салыстырылып дұрыстығы расталады.

Материалдар кедергісінің міндеті тек қана қарастырылып отырған конструкцияның ішкі ерекшеліктерін анықтау емес, сонымен қатар әрі қарай алынған заңдылықтар негізінде конструкцияның жұмыс істеуге қабілетіне, және оның қолданысқа жарамдылығына баға беру.

Материалдар кедергісі пәнінде тәжірибеде жиі кездесетін инженерлік есептердің қарапайым шешу жолдары қарастырылады; машиналар мен олардың құрылғыларын, теориялық және эксперименттік зерттеулер арқылы берік, және сенімді етіп тағайындау жолдары қарастырылған.

Инженерлік есептерде материалдар кедергісі әдістерін қолдануда творчестволық ұстаным қажет, әр есептің негізіне жете түсініп, маңызы жоқ ұсақ нәрселерді ескермей – ақ, нәтижені оңай да, сенімді жолмен шешуге ұмтылыс керек.

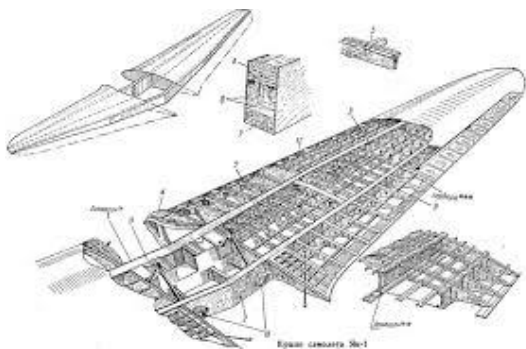
1 – Тарау

1.1 Материалдар кедергісіне негізгі түсініктемелер.

Материалдар кедергісі - конструкциялар мен олардың элементтері, аспап – құралдар (приборлар), машина тетіктері мен техника бөлшектерінің беріктігі, қатаңдығы және сенімділігі туралы ғылымның кіріспесі. Материалдар кедергісі жоғарғы техникалық білімді мамандарды инженерлік мамандыққа дайындауда міндетті түрде оқылатын фундаменталды пән болып табылады.

Машиналар мен техниканың тиімділігі мен сенімділігін арттыру, сонымен қатар олардың материалдық шығындарын төмендету, жоғарғы экстремалды жағдайда (өте үлкен жүктеме, жоғарғы температура, динамикалық жүктеме жағдайында, т.б.) жұмыс істеуге жарайтын жаңа техниканы жасау үшін қолданатын материалдардың қасиеттері туралы терең білім болу қажет. Аталған экстремалды жағдайларда материалды беріктікке, қатаңдыққа және сенімділікке есептеу, олардың ішкі күйлерінің «физикалық» мәнін түсінбей жобалау мүмкін емес. Материалдар кедергісі пәні конструкция элементтерінің ішкі күйлерінде не болып жатқанын білдіретін бірінші пән. Пәннің инженерлік мамандықта оқылатын «Теориялық механика» пәнінен негізгі айырмашылығы осында.

«Теориялық механика» пәні материалдық дене абсолютті берік және абсолютті қатты, жүктеме түсіп тұрғанда ол өзінің пішінін (формасын) сақтап қалады, өзгермейді деп есептейді. Бірақ табиғатта мұндай денелер жоқ. Материалдар кедергісі пәні материалдың сыртқы күштердің әсерінен негізгі физико – механикалық қасиеттерінің өзгеруін зерттейді. Бірақ теориялық механиканың негізгі ұстанымдарын қолданбай, материалдар кедергісінің бірде - бір есебі шығарылмайды. Өйткені материалдар кедергісінде конструкциялар және оның элементтері беріктікке, қатаңдыққа, орнықтылыққа теориялық механиканың статика бөлімінің заңдары негізінде есептеледі. Конструкцияның немесе оның элементтерінің математикалық моделін таңдағанда және негіздегенде материалдар кедергісі пәні оларды сырық (стержень), пластина (табақша), қабыршық (оболочка) деп қарастырады. Өйткені бұл элементтер инженерлік тәжірибеде өндірістің барлық салаларында кеңінен таралған. Мысалы, аспап құралдардың негізгі элементтері, ракета, ұшақ, немесе кемеңің корпусының құрастырушы элементтері толығымен аталған элементтерден тұрады (1.1 - сурет). Сондықтан материалдар кедергісі пәні нақты конструкциялардың ең қарапайым математикалық моделі сырықтың



1.1 - сурет

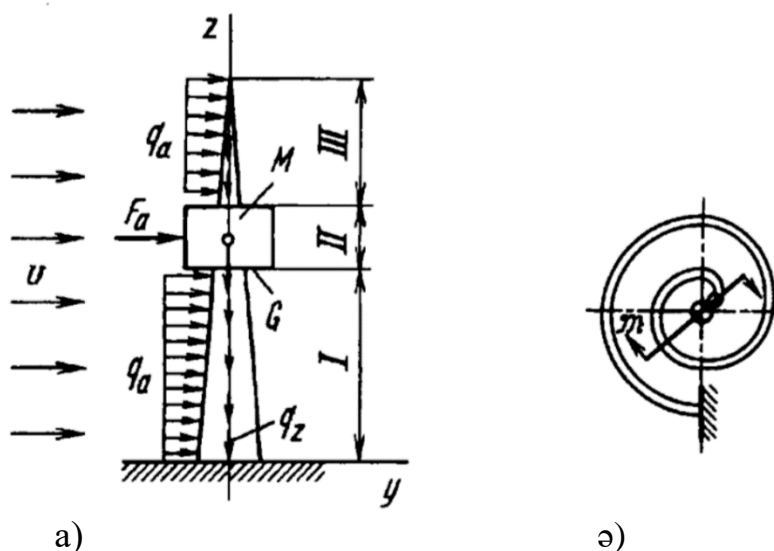
механикасымен танысудан бастайды. **Сырық** деп - бір өлшемі – осьтік сызық, басқа көлденең қималарын сипаттайтын екі өлшемдеріне қарағанда бірнеше есе үлкен геометриялық

денені (фигураны) айтады. Сырықтың көлденең қимасы (дөңгелек немесе призма түрінде) тұрақты немесе өзгеріп отырады.

Мысалы, 1.2, а - суретте биік қабатты үйдің моделі көрсетілген. Үйдің конструкциясын, элементтерін желдің күшіне беріктігін есептегенде оны қимасы тұрақты немесе өзгеріп тұратын **түзу сырық** деп қарастырады. Желдің күшімен сырықтың I, III аралықтарында таралған аэродинамикалық күштер пайда болады (q_z), II - аралықта желдің күші ауыр массаға соғылып қадалған аэродинамикалық күш әсер етеді (F_a).

Сонымен қатар, биік қабатты үйдің **сырық** түріндегі моделі оның конструкциясын (желдің күші $v = 0$ болғанда) таралған күшке (q_z , т. б.) және қадалған күшке (G) т.б. есептеуге мүмкүндік береді, үйдің конструкциясын беріктікке қабілеттігін сандық түрде бағалауға болады.

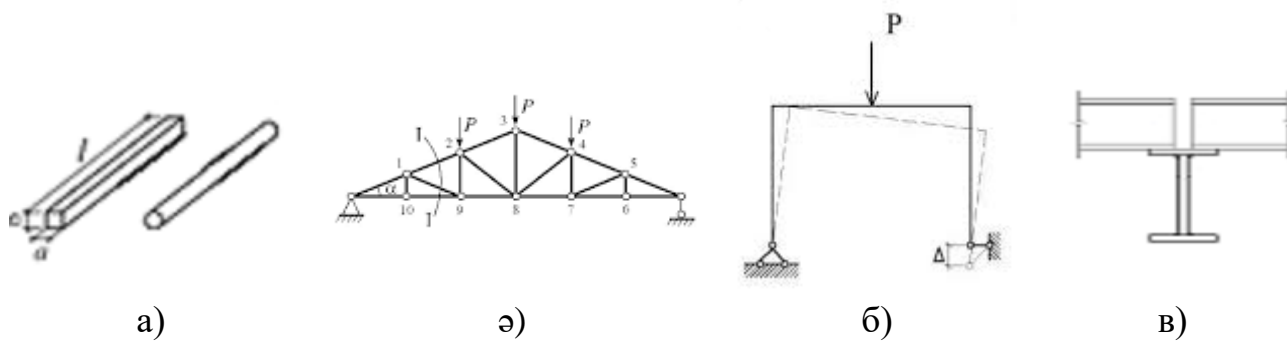
1.2, ә - суретте көптеген құрал – аспаптарда қолданатын **спиральді серіппе** көрсетілген. Серіппенің серпілу күшін есептегенде оны жазық бетті **қисық сырық** деп қарастырады.



1.2- сурет

Құрылыста сырықтардың біріктірілген түрі қолданады. Олар ферма, рама болып бөлінеді. **Ферма** – геометриялық формасы өзгермейтін, ұштары топсамен бекітілген, бірнеше сырықтардан тұратын жүйе. Сыртқы күш (жүктеме) оның түйіндеріне түседі. Деформация кезінде түйіндер тек қана орын ауыстырады, сырықтар бұралып майыспай, сол қалпында қалады.

Түйіндері өзара қатаң біріктірілген сырықтар жүйесін рама деп атайды. Деформация кезінде раманың сырықтары иілгенмен, олардың түйіндегі бұрыштары өз шамаларын өзгертпейді. Ресей әдебиеттерінде сырық - **брус** деп те аталады (қазақша **білеу**). Білеулер (брустар) немесе сырықтар көптеген конструкциялардың негізгі элементтері болатындықтан, материалдар кедергісі пәнінде басты көңіл осы элементтерді есептеуге бөлінеді. Ауыр жүктемеге арналған сырықты **арқалық (балка)** деп атайды.



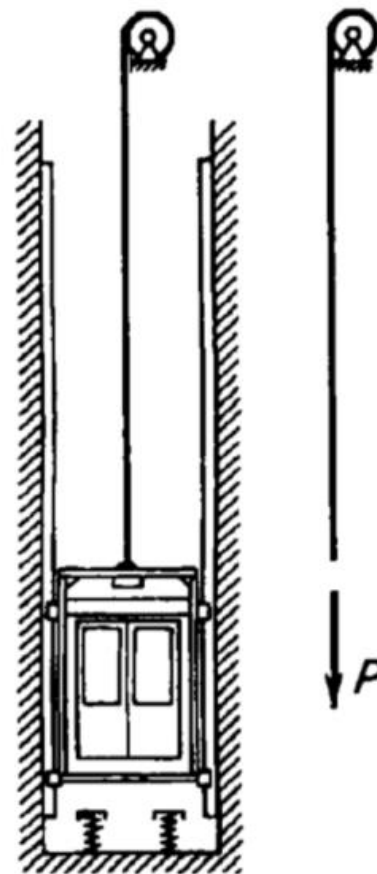
1.3 - сурет Құрылыстағы сырықтардың түрлері:
а) білеу (брус), ә) ферма, б) рама, в) арқалық

1.2 Есептеу сызбасы.

Материалдар кедергісінде, барлық инженерлік ғылымдардағы сияқты, нақты конструкцияны зерттеу үшін оның бірнеше есептік сызбасы жасалуы мүмкін. Сызбаның негізгі мақсаты конструкцияға әсер етуші негізгі күштерді белгілеп, конструктордың алдына қойған мақсатына байланысты есептің дәлірек шығуына септігін тигізу.

Мысалы, 1.4 - суретте көрсетілген шахты клетінің (подъемник) тросын беріктікке есептегенде, онда клетьтің салмағын, көтеру жылдамдығын (үдеуін), ал шахта тереңдігі өте төмен болса, онда тросың салмағын да ескеру керек. Клетьке бұдан басқа да күштер әсер етуі мүмкін, мысалы, жоғары көтергенде пайда болатын ауаның аэродинамикалық кедергісі, төмендегі барометрлік қысым, температураның өзгеруі, т.б. Бірақта бұл күштер тросы беріктікке есептегенде есепке алынбайды, өйткені конструктордың алдына қойған мақсаты тросың диаметрін ғана анықтау.

Сондықтан басқа, маңыздылығы төмен күштер есепке алынбайды. Берілген есепте клеть пен оның ішіндегі жүкті біріккен абсолютті қатты дене деп қарастырып, олардың әсерін трос және оған түсіп тұрған күш деп сызбада көрсетеді. Егер клетьтің өзінің беріктігін есептеу керек болса, онда оны абсолютті қатты дене деп есептемей оның конструкциялық ерекшеліктерін қарастырып, соған байланысты клетьтің басқаша есептеу сызбасын таңдайды.



1.4 - сурет

1.3 Материалдар кедергісінде алдын - ала қабылданған негізгі ғылыми болжамдар (гипотезалар).

1. Материал бірқалыпты және өзгермейді, яғни оның қасиеті дененің формасына, мөлшеріне қарамайды, барлық нүктелерінде бірдей. Бұл тұжырым

материалдың кез-келген бір шексіз шағын элементін бөліп алып, оның қасиеті нақты денемен бірдей деп есептеуге мүмкіндік береді.

2. Материал изотропты, яғни оның қасиеті барлық бағытта бірдей. Материалдар кедергісінде көптеген есептерде материалдың бұл қасиетін ескеру қажет. Мысалы, ағаштан жасалған дене (анизотропиялық қасиеті бар) материалдың талшық бойымен немесе оған көлденең күшке әртүрлі беріктігін көрсетеді. Бұл жолы тұжырымдама шартты түрде ғана қолданады.

3. Материал идеалды серпімділік қасиетіне ие, яғни деформация себептері жойылғаннан кейін өзінің алғашқы пішіні (формасы) мен мөлшерін қайтадан қалпына келтіреді. Идеалды серпімді дененің деформациясы тек қана жүктемеге байланысты. Бұл тұжырымдама материалдың серпімділік шегі аясында ғана дұрыс. Егер жүктеме аталған шектен асып кетсе, материалда пластикалық деформация пайда болады. Бұл деформация конструкциядан жүктеме алынғаннан кейін де сол қалпында қалады.

4. Материалдың әрбір нүктесіндегі деформация оның осы нүктедегі кернеуімен тура пропорционалдық қатынаста болады. Бұл тұжырымдама Гук заңы деп аталады. Заң көптеген материалдар үшін, кернеу пропорционалдық шектен аспайтын шекте өзінің дұрыстығын көрсетеді. Гук заңы материалдар кедергісінде көптеген есептерді шешуде қолданады.

5. Материалдың деформациясы өте аз мөлшерде болатындықтан, жүктемелердің бір –біріне әсерін, олардың ара қашықтығын ескермесе де болады.

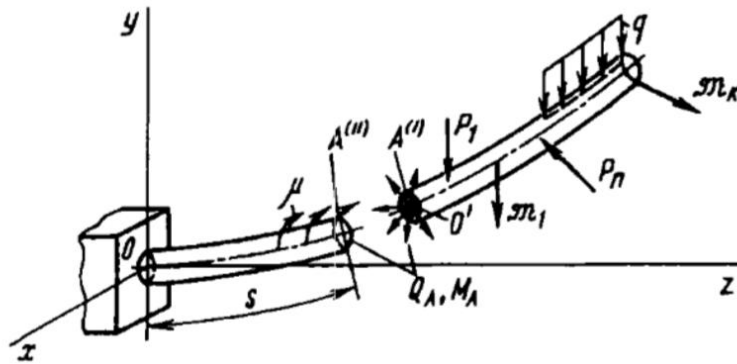
6. Жүктемелер жүйесінің конструкцияға әсері, әрбір жүктеменің конструкцияға әсерінің сомасына тең. Бұл тұжырымдама күштердің конструкцияға әсерінің тәуелсіздік принципі деп аталады.

7. Сырықтың (білеудің) жүктеме түскенге дейінгі көлденең жазық қимасы, жүктеме түсіп тұрған уақытта да жазық болып қалады. Бұл тұжырымдама Бернулли гипотезасы деп аталады. Тұжырымдама материалдар кедергісінде өте маңызды орын алады, сырықтарды есептеудің көптеген формулалары шығарылады.

1.4 Сыртқы және ішкі күштер. Қима әдісі.

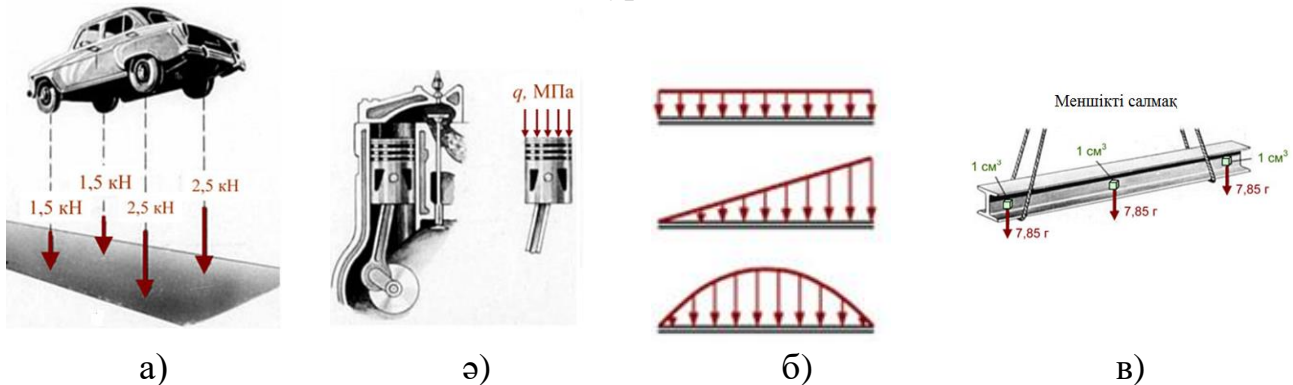
Күштер, конструкцияға түсіп тұрған сыртқы күштер және конструкция элементтерінде пайда болатын ішкі күштер болып бөлінеді. 1.5- суретте сырыққа түсіп тұрған сыртқы күштер көрсетілген. Сонымен қатар күштер сыртқы бетке түсетін және көлемдік (салмақ күші) түсетін күштер болып бөлінеді. Конструкцияның сыртқы өте шағын бетіне түсетін күштерді - қадалған күштер, мысалы суретте P_1, P_n , ал конструкцияның бетіне (ауданына) түсетін күштерді таралған күштер дейді, оны q әрпімен белгілейді.

Бетке түсетін күштер денеге не қадалып, немесе таралып түседі. Қадалған күш деп нүктеге түсетін күшті айтады. Бірақ тәжірибеде (практикада) дәл нүктеге түсетін күш жоқ десе де болады. Сондықтан қадалған күш өте шағын бетке түседі деп есептеледі.



1.5 - сурет

Таралған күш дененің белгілі бір ауданына түседі де, өзінің қарқындылығымен сипатталады. Қарқындылық деп күштің бірлік ауданға немесе ұзындыққа түсірілген шамасын айтады. Оның тұрақты немесе элемент бойымен өзгеріп тұруы мүмкін. Осыған байланысты таралған күш тұрақты және өзгермелі болып бөлінеді (1.6 -сурет).



Сурет 1.6 – Қадалған және таралған күштердің мысалдары
 а- қадалған күш, ә- ауданға таралған күш, б- конструкция бойымен таралған күш, в-көлемдік таралған күш

Көлемдік күштер дененің барлық көлемімен әсер етеді. Мысалы, салмақ күші (1.6, в сурет), магниттік тарту күші, дененің үдемелі қозғалысында пайда болатын инерция күші. Сыртқы күштерге сонымен қатар конструкцияны ұстап тұратын тірек реакциялары да жатады.

Сыртқы күштердің әсерінен конструкцияда ішкі күштер пайда болды. Өйткені конструкция деформацияға түседі, ал ішкі күштер оған қарсы тұрады. Ішкі күштерді табу үшін материалдар кедергісінде **қима әдісін** қолданады. Қима әдісі мына қағидаға негізделген: егер конструкция сыртқы күштердің әсерінен тепе - теңдікте тұрса, онда оның кезкелген бөлігі де тепе – теңдікте тұрады.

Мысалы, 1) 1.7- суретте көрсетілген сырықты P жазықтығымен екіге бөлейік (1.7,а - сурет); оның бөлінген бір бөлігін алып тастайық (сурет 1.7,ә); бөлінеген жерде әртүрлі бағыттағы элементар ішкі күштер әрекет етеді (суретте көрсетілген);

2) Қиманың екі бөлігіндегі ішкі күштер бір – біріне тең және қарама – қарсы. Олар қима бетінде бір заңдылықпен таралады. Бірақ күштер заңдылық қандай болғанмен дененің бөліктерінде (ойша бөлген) теңдік күй сақталады. Сондықтан алынып тасталған бөлікті ішкі күштермен ауыстырып, және Теориялық механиканың заңы бойынша барлық ішкі күштерді бір жерге, қиманың салмақ центріне жинап күштердің бас векторын (\bar{R}) және бас моментін (\bar{M}) белгілейміз (1.7, б- сурет).

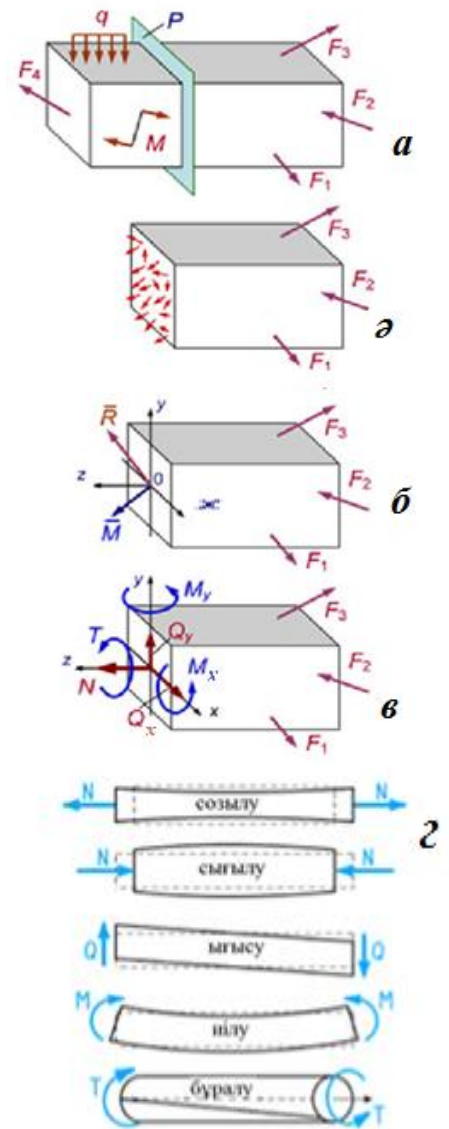
3) Содан кейін қиманың центрі арқылы өзара перпендикуляр үш ось жүргізіп (x, y, z), бас вектормен бас моменттің осы осьтерге проекциясын түсіреміз. Нәтижесінде 6 түрлі ішкі күштер пайда болады (1.7,в – сурет).

Барлығы 6 теңдеу құрастырылады: үшеуі бас вектор \bar{R} -дің осьтерге проекциясы, үшеуі бас моменттің (\bar{M}) проекциялары. Егер сол жақ бөліктің оң жақ бөлікке әсерін қимадағы ішкі күштер жүйесімен ($N, Q_{y,z}$ және $T, M_{z,y}$) ауыстырсақ, онда сырықтың P - қимасындағы $N, Q_{y,z}$ ішкі күштер векторы; $T, M_{z,y}$ -ішкі моменттер векторы деп аталады.

Олар: қимаға перпендикуляр z –өсімен бағыттағы N – бойлық күш (орысша - нормальная сила), x, y , осьтері бағыттағы Q_x және Q_y – көлденең күштер; қимаға нормаль (перпендикуляр) ось бойынша алынған M_z – бұрау моменті, және x, y – осьтерімен алынған (M_x және M_y) ию моменттері деп аталады. Көрсетілген ішкі күштерді табу үшін статиканың 6 теңдеуін құрастырады ($\sum X = 0, \sum Y = 0, \sum Z = 0, \sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0$)

Кейде сырық бір уақытта созылу, сығылу, ығысу, иілу және бұралу күштерінің әсерінде болуы да мүмкін. Мұндай жүктеме түрін күрделі жүктеме дейді (1.7, г –сурет).

Ішкі күштердің әрекетінен сырықтың қималарында кернелген күй пайда болады. Бірақ аталған ішкі күштердің бәрі (алтауы да) бірдей пайда бола бермейді. Мысалы, егер бір қимада екі – үш, тіпті одан да көп ішкі күштер пайда болса, басқа қимада бір-ақ күш болуы мүмкін. Осыған байланысты элемент қимасында кернелген күймен деформация әрқилы болады және



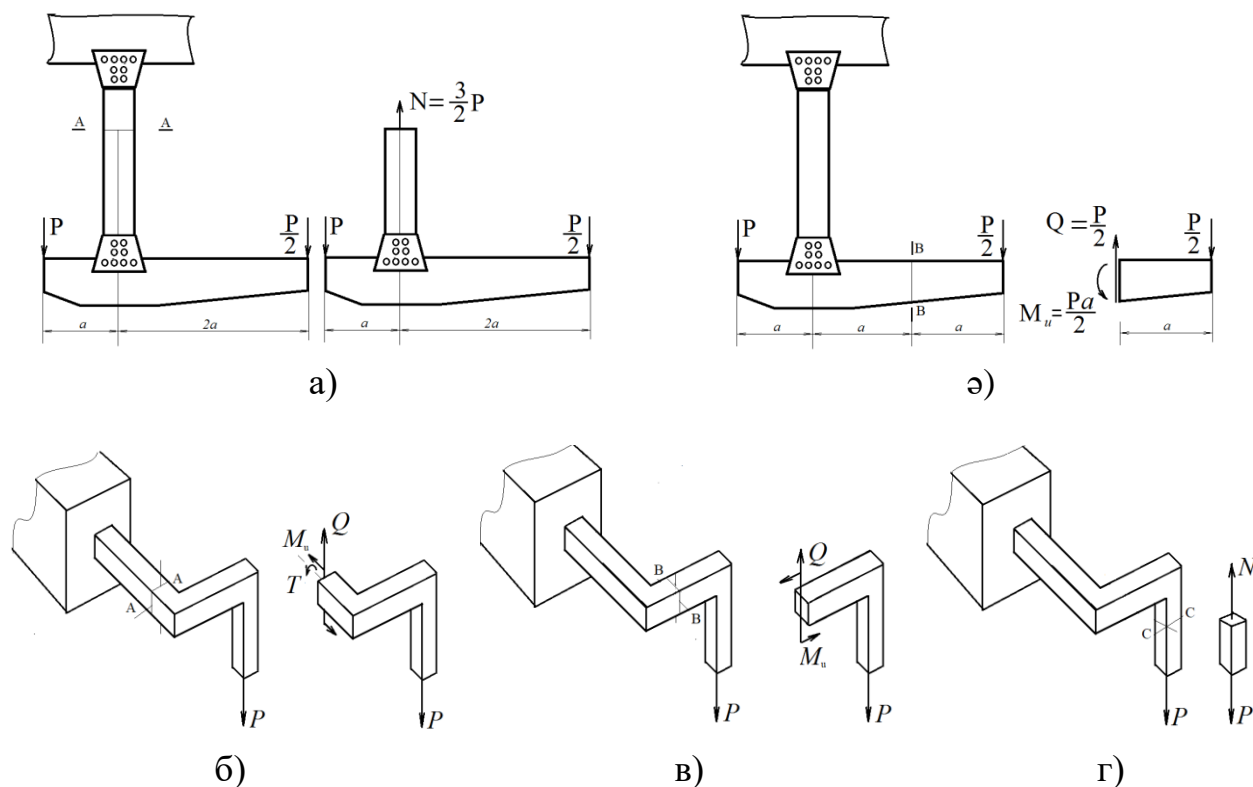
1.7 - сурет

олардың есептеу жолдары да әртүрлі. Есептеуді жеңілдету және анықтау үшін ішкі күштерді бірнеше топқа бөледі.

Мысалы, сыртқы күштердің әрекетінен элементтердің қимасында тек қана бойлық күш (N) пайда болатын жүктеменің түрін **созылу немесе сығылу** деп атайды (N - оң немесе теріс бағытына байланысты). Егер көлденең қимада бұралу моменті пайда болса M_6 , онда сырық қимасы бұралуға жұмыс істейді (yz - немесе xz - жазықтықтарында) Егер сыртқы күштерден сырықтың қималарында тек қана иілу моменті пайда болса, онда сырық *таза иілу* жағдайында тұр деп айтады.

Әдетте көлденең қимада иілу моментімен қатар (мысалы, M_x) көлденең күштер де (Q_y) пайда болады. Жүктеменің бұл түрін көлденең иілу (yz жазықтығында) деп атайды.

Сырықтың қандай жүктеме жағдайында тұрғанын (созылу, сығылу, бұралу, иілу немесе бірнеше күштердің әсерінде (мысалы, иілу мен бұралу) қима әдісімен анықталады. Мысалы, 1.8,а – суретте AA қимасында тек қана бойлық күш (қимаға нормаль) бар $N = 3/2P$. Яғни бұл жерде тек созылу күші әсер етіп тұр.



1.8 – сурет. Сырықтың әртүрлі жүктемеде болуы:

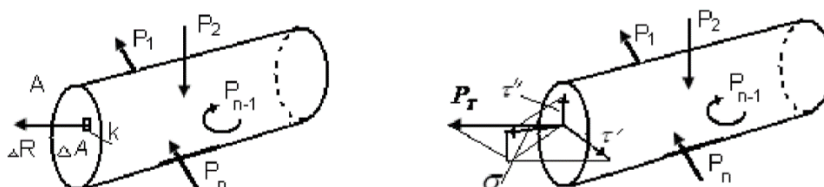
а – созылу, ә- иілу, б- көлденең иілу және бұралу в- көлденең иілу және созылу, г - созылу.

Сырықтың BB қимасында көлденең күш $Q = P/2$ және иілу моменті $M = (P/2)a$ пайда болады, сырықтың горизонталь бөлігі иілуге жұмыс істейді. 1.8,б - суретте AA , BB және CC қималары көлденең иілу мен бұралу, көлденең иілу және созылуға жұмыс істеп тұр деп айтуға болады.

1.5 Кернеулер

Ішкі күштердің қима бетінде таралуын сандық өлшеммен сипаттау үшін **кернеу** (σ) деген ұғым енгізілген. Мысалы, A қимасы берілсін (1.9- сурет). Енді қимадағы K нүктесінің жанынан ΔA элементар ауданын бөліп алайық. Бұл ауданға әрекет етіп тұрған күшті ΔR деп белгілейік. Сонда ΔR күштің ΔA ауданға қатынасы сол ауданның орташа кернеуі болады:

$$P_{\text{орт}} = \frac{\Delta R}{\Delta A}, \text{ немесе } \sigma = \frac{\Delta R}{\Delta A};$$



1.9- сурет

Енді ΔA ауданды кішірейтіп K нүктесіне жақындатайық. Аудан кішірейіп нөлге жақындағанда бұл қатынас қиманың K – нүктесіндегі ішкі күштің қарқындылығын сипаттайтын толық кернеу болады:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} = P_{\text{тол}}$$

Толық кернеу үш кернеуге жіктеледі: Оның біреуі қимаға перпендикуляр бағытталады да тік кернеу (σ) деп белгіленеді, ал қалған екеуі қиманың екі жазықтығындағы осьтермен бағытталып, жанама кернеу деп (τ) әрпімен белгіленеді.

Егер K нүктесі арқылы тағы бір қима жүргізсек, онда бұл нүктедегі кернеу, басқаша болуы мүмкін. Қиманың бір нүктесінен өтетін бірнеше жазықтықтардағы кернеулердің жиынтығы сол нүктенің **кернеулік күйін** (орыс оқулығында: напряженное состояние) сипаттайды. Кернеулік күй статиканың теңдеулері арқылы сандық мәндермен анықталады және материалдар кедергісінде маңызды ұғымдардың бірі болып табылады.

Сонымен **кернеу** ішкі күштердің қарқындылығын сипаттайтын ұғым. Тік кернеу : $\sigma_x = \frac{dN}{dA}$; жанама кернеулер: $\tau_y = \frac{dQ_y}{dA}$, $\tau_z = \frac{dQ_z}{dA}$, математикалық түрде белгіленеді, өлшемдері паскаль (Па), мегапаскаль (МПа), Ньютон /см²

1.6 Орын ауыстыру және деформация .

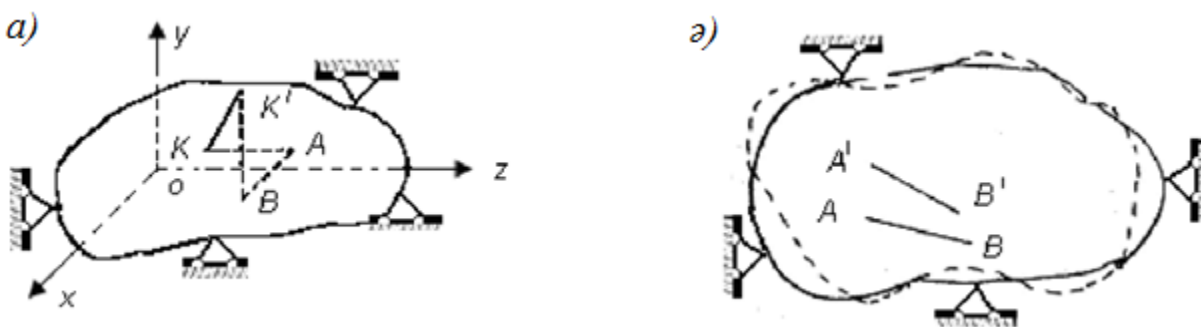
Табиғаттағы барлық материалдар абсолютті қатты болмайды деп айттық. Олар сыртқы күштердің әсерінен шамалы болса да пішінін (формасын), өлшемдерін өзгертеді, яғни дененің нүктелері өз орындарын ауыстырады. Бірақ «Материалдар кедергісінде» қатты денелер механикасындағы сияқты, денелердің геометриялық өлшемдеріне қарағанда әлдеқайда өте аз мөлшерде болатын орын ауыстырулар қарастырылады.

Орын ауыстыру екі түрлі болуы мүмкін:

1) денелер геометриялық пішінін, өлшемердерін, ал олардың нүктелері өзара ара қашықтықтарын өзгертпей орын ауыстырады;

2) денедегі нүктелер өзара ара қашықтықтарын өзгертіп орнын ауыстырады.

Мысалы, 1.10,*a* – суреттегі сыртқы күштердің әсерінен K нүктесі « K^1 » нүктесіне орын ауыстырды делік. Бұл KK^1 қашықтығының толық орын ауыстыруы деп аталады. Осы орын ауыстыруды үш бағытқа жіктейік, яғни (x , y , z) осьтеріне проекциялайық. Түсінікті болу үшін KK^1 орын ауыстыруына мына тұрғыдан қарастырайық:



1.10 - сурет

Қарастырылып отырған K нүктесі алдымен z осін бойлай жылжып KA қашықтығына орын ауыстырады, содан кейін x осінің бойымен AB қашықтығына, ең соңынан y осімен BK^1 орын ауыстырады. Осы орын ауыстыруды былай деп белгілейік: $AB = u$, $BK^1 = v$, $KA = w$;

Сонымен, толық орын ауыстыруды (KK^1) үш оське жіктеп u , v , w жылжуларын алуға болады. Бұл жерде дене геометриялық пішінін, өлшемердерін, ал олардың нүктелері өзара ара қашықтықтарын өзгертпей орын ауыстырады;

Енді дененің геометриялық пішінін мен өлшемдерінің өзгеру қарқынын сипаттау үшін 1.10,ә - суреттегі денені алып қарайық. Осы денедегі екі нүктенің (A және B) арасын l – деп белгілейік. Сыртқы күштердің әсерінен бұл дене өзінің формасын өзгертті делік (суретте пуктирмен көрсетілген). Осы кезде, A нүктесі A^1 нүктесіне, B нүктесі B^1 нүктесіне жылжып, екуінің ара қашықтығы өзгеріп, $l + \Delta l$ болады. Δl – дің l -ге қатынасын ε әрпімен белгілеп, оны **орташа ұзаруы** дейміз.

$$\varepsilon_{\text{орт}} = \frac{\Delta l}{l};$$

Осыдан кейін, A нүктесі мен B нүктесін жақындата бастайық. Жақындатудың математикалық шегінде алынатын шамасын деформация деп атайды:

$$\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon_{AB}$$

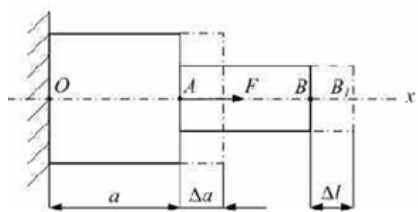
Толығырақ және нақтылап айтқанда, ε_{AB} – дененің A нүктесіндегі AB бағытындағы **сызықтық деформациясы**. Осылайша қарастыра отырып,

координаталық осьтер x, y, z бағыттарындағы сызықтық деформацияларды табуға болады. Олар $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ белгілерімен таңбаланады.

Сызықтық деформациялардан басқа бұрыштық деформациялар да болады. Олар деформацияға дейінгі белгілі бір бұрыштың, деформациялану кезінде қаншалықты өзгеретінін сипаттайды және $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ деп таңбаланады.

Әртүрлі бағыттағы сызықтық деформациялар мен әртүрлі жазықтықтардағы бұрыштық деформациялардың бір нүктедегі жиынтығы нүктенің **деформацияланған күйін** сипаттайды. Бұл күй кернеулік күй сияқты статиканың алты тендеуімен анықталады.

Деформация өлшемі жоқ шама, ол $\Delta l / l$ қатынасымен немесе пайызбен беріледі. Дененің пішіні өте аз өзгертін болғандықтан, деформация да өте аз шамада болады. Мысалы, материал немесе конструкцияның құрамына енетін сырық сыртқы күштің әсерінен өзінің алғашқы ұзындығының мыңнан бір бөлігінен кем шамаға ұзарады (немесе қысқарады) деп есептейді.



1.11- сурет

ал AB бөлігі деформацияға ұшырамайды. B қимасы B_1 -ге тек қана OA бөлігінің деформациясының әсерінен орын ауыстырады.

Деформация екі түрге бөлінеді. Конструкцияға (элементке) түсіп тұрған сыртқы күшті босатқаннан кейін дененің бастапқы қалпына келуін **серпімділік деформациясы** деп атайды, ал бастапқы қалпына келмей және сынбай деформацияға түсуін (өлшемінің өзгеруін) **пластикалық деформация** дейді.

1.7 Созылу және сығылудағы Гук заңы.

Қатты денелердің сыртқы күштердің әсерінен деформацияға түсу заңдылығын алғаш рет зерттеп (күштің шамасына, дененің геометриялық өлшемдеріне байланыстырып) тұжырымдаған (1660 ж.) ағылшын ғалымы Роберт Гук. Оның айтуынша «қанша күш болса, дене сонша ұзарады» (латынша «ut tensi sic vic»).

Қазіргі заманда Гук заңына былайша анықтама беріледі: «**Серпімділік шеңберінде материалдардың басым көпшілігінің кернеулері олардың деформацияларымен пропорционалдық қатынаста болады**».

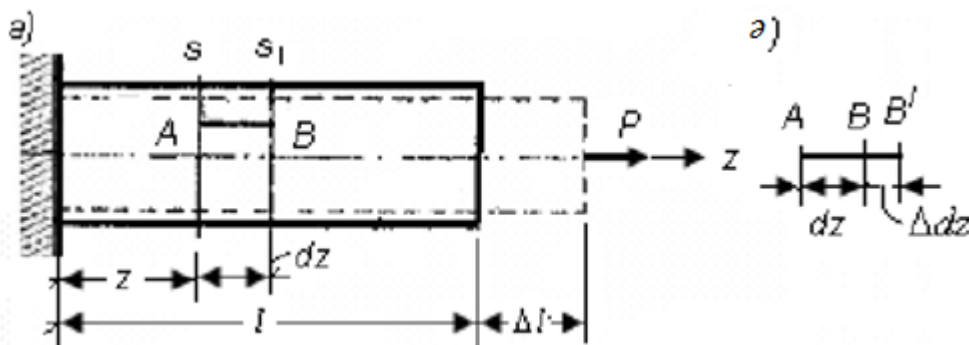
$$\sigma = \epsilon E,$$

Формуладағы E – серпімділік модулінің бірінші түрі, немесе физика курсына Юнг модулі деп аталады. E – материалдың қаттылығын сипаттайтын

физикалық шама, өлшемі –паскаль, мегапаскаль. ε – бойлық деформация (созылуда +, сығылуда -), кейде пайызбен беріледі.

Мысалы 1.12 – суретте сырықтың күш түскенге дейінгі ұзындығы l (эл) болса, күштің әсерінен оның ұзындығы $l+\Delta l$ болып өзгереді. Мұнда Δl - созылу күшінен сырықтың толық ұзаруы. Ал егер сырыққа сығылу күші әсер етсе ол сондай шамаға қысқарады. Енді сырыққа S және S_1 қималарын түсіріп, олардың арасындағы элементар ұзындықты AB деп белгілеп, оның ұзаруын $\Delta(dz)$ деп жазып, жоғарыдағы Гук заңының формуласына қойсақ, төмендегі қатынастар шығады:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta(dz)}{dz}, \quad \text{сонда} \quad \frac{N}{A} = E \frac{\Delta(dz)}{dz}, \quad \text{осыдан} \quad \Delta(dz) = \frac{Ndz}{EA}$$



1.12 -сурет

Соңғы қатынастың екі жағын да интегралдасақ, сырықтың толық ұзаруы шығады:

$$\Delta l = \int \frac{Ndz}{EA},$$

Яғни сырықтың сыртқы күштің әсерінен ұзаруы: $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$, мұнда EA - сырықтың созылу немесе сығылу кезінде көлденең қимасының қаттылығын сипаттайтын шама.

Ал егер сырыққа сыртқы күштен басқа факторлар әсер етсе, мысалы температуралық фактор, онда оның ұзаруы келесі формуламен анықталады:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} + \alpha l \Delta t,$$

мұнда α - заттың температуралық ұзаруы.

Гук заңы, яғни кернеу мен деформация арасындағы пропорционалдық қатынас, барлық материалдар үшін бірдей болмайды. Кейбір материалдар үшін, мысалы болаттың қасиеттерін зерттегенде, пропорционалдық қатынас айтарлықтай сақталады. Ал кейбір материалдарда, мысалы шойын және кейбір құрылыс материалдары үшін шамамен ғана (в грубом приближении) есепке алынады. Оны төменде келтірілген материалдардың серпімділік модульдерінен де көруге болады.

Кеңінен таралған материалдардың серпімділік модульдерінің шамалары:

Болат	$E = (2,0 - 2,1) 10^5 \text{ МПа}$
Шойын (ақ шойын, сұр шойын)	$E = (1,15 - 1,6) 10^5 \text{ МПа}$
Шойын соғылмалы	$E = 1,55 10^5 \text{ МПа}$
Мыс	$E = 1,2 10^5 \text{ МПа}$
Қола (бронза)	$E = (1,0 - 1,2) 10^5 \text{ МПа}$
Алюминий және алюминий-магний қорытпалары	$E = (0,7 - 0,8) 10^5 \text{ МПа}$
Ағаш (талшықтар бойымен)	$E = (0,1 - 0,12) 10^5 \text{ МПа}$

1.8 Көлденең деформация. Пуассон коэффициенті

Пуассон коэффициенті серпімділік модулінің бірінші түрі (E) секілді материалдардың физикалық қасиеттерін сипаттайтын көрсеткіш. Тәжірибеден сырық сығылғанда оның көлденең өлшемдері өсетінін, ал созылғанда – кішірейетінін білеміз. Пуассон коэффициенті материалдардың осы екі қасиеттерінің қатынасын сипаттайды.

Пуассон коэффициенті μ әрпімен белгіленеді және салыстырмалы көлденең деформацияның салыстырмалы бойлық деформацияға қатынасын білдіреді ($\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_b}$). Коэффициент тәжірибелік жолмен анықталады, көп материалдарда оның шамасы 0,5 дейін өзгереді. Абсолютті қатты материалдарда ол «0» -ге тең; тек каучук тектес материалдарда коэффициент 0,5 жақын, болатта - 0,25...0,30; басқа металдарда (шойын, мырыш, қола, мыс) $\mu = 0,23...0,36$ аралығында болады.

1.9 Көлбеу қимадағы кернеулер. Жанама кернеудің жұптық заңы

Созылған сырықтың бойындағы кернелген күйді толығырақ қарастырайық. Алдымен сырықтың тік қимасымен α - бұрышын жасайтын көлбеу қимадағы (жазықтықтағы) кернеуді анықтайық (1.13 -сурет). Сырықтың көлденең қимасының ауданы A болғандықтан, оның тік қималарындағы кернеулер $\sigma = \frac{N}{A}$ болады. Енді ойша көлбеу ($k-k$) қима жүргізейік. Бұл қима тік қимамен α – бұрышын жасайды (1.13, а – сурет).

Қиманың оң жақ бөлігін алып тастап сол жақ бөлігінің статикалық теңдеуін қарастырайық (1.13, б – сурет). Егер көлбеу қиманың ауданын A_a деп белгілесек, онда $A_a = \frac{A}{\cos \alpha}$ болады. Көлбеу қимадағы толық кернеуді $P_{\text{тол}}$ таңбалайық. Статиканың теңдеуін құрастырайық:

$$\sum z = 0; \sigma A = A_a P_{\text{тол}}; \text{ осыдан толық кернеу } P_{\text{тол}} = \sigma A / A_a = \sigma \cos \alpha$$

Сонымен көлбеу қимадағы толық кернеу $P_{\text{тол}} = \sigma \cos \alpha$. Толық кернеуді тік және көлбеу қималарға бөліп жазсақ :

$$\sigma_a = P_{\text{тол}} \cos \alpha; \quad \tau_a = P_{\text{тол}} \sin \alpha;$$

$$\text{немесе} \quad \sigma_a = \sigma \cdot \cos^2 \alpha; \quad (1)$$

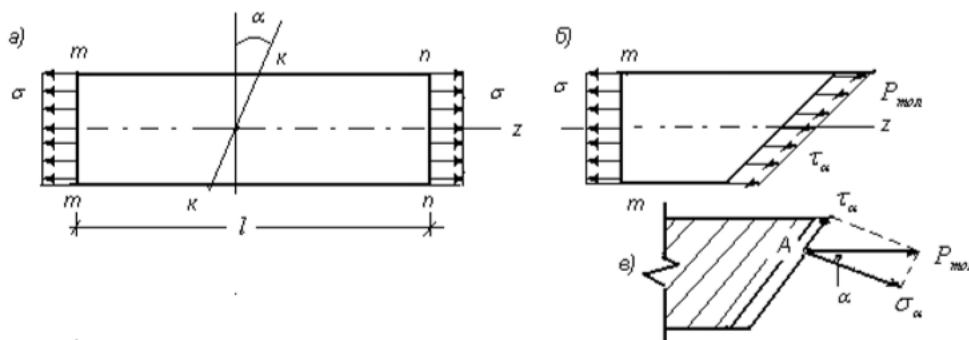
$$\tau_a = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \quad (2)$$

Көріп отырғандай созылған сырықтың қимасының бір нүктесіндегі кернеудің шамасы қиып өтуші жазықтықтың (қиманың) бағытына қарай әртүрлі болады. Сондықтан сырықты созғанда оның бойында тек қана тік кернеу пайда болады деп қабылдау дұрыс емес. Тік кернеу сырықтың осіне перпендикуляр қимада ғана пайда болады.

Егер $\alpha = 0^\circ$ болса, онда $\sigma_a = \sigma = \frac{N}{A}$, $\tau_a = 0$; Сырықтың көлденең қималарында $\sigma_a = \tau_a = 0$.

Егер $\alpha = 90^\circ$, болса яғни сырықтың бойлық қималарында $\sigma_a = \tau_a = 0$. Бұл созылған сырықтың бойлық қабаттары бір –біріне күшпен әсер етпейді деп қарастыруға болатынын көрсетеді. Мысалы, сырықтың созылуын бір –бірімен байланысы жоқ, жіптері параллель, бума жіпті созумен ұқсатуға болады.

Жанама кернеу τ_a сырықтың бойлық және көлденең қималарында нөлге айналып, ең үлкен мәні көлбеу қиманың сырықтың осіне 45° болғанда болады.



1.13- сурет

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2}$$

Сонымен, (1) және (2) формулалардан мынадай тұжырымдар шығарға болады:

1. Сырықтың кез келген нүктесіндегі кернеулер қиманың қиылу бұрышына (α) байланысты өзгеріп отырады;

2. Тік қималарда тік кернеулер, ал көлбеу қималарда жанама кернеулер пайда болады.

Қиылу бұрышы α -ға байланысты кернеулер былайша өзгереді:

1. Егер $\alpha = 0$ болса, онда $\sigma_a = \sigma = \frac{N}{A}$, $\tau_a = 0$;

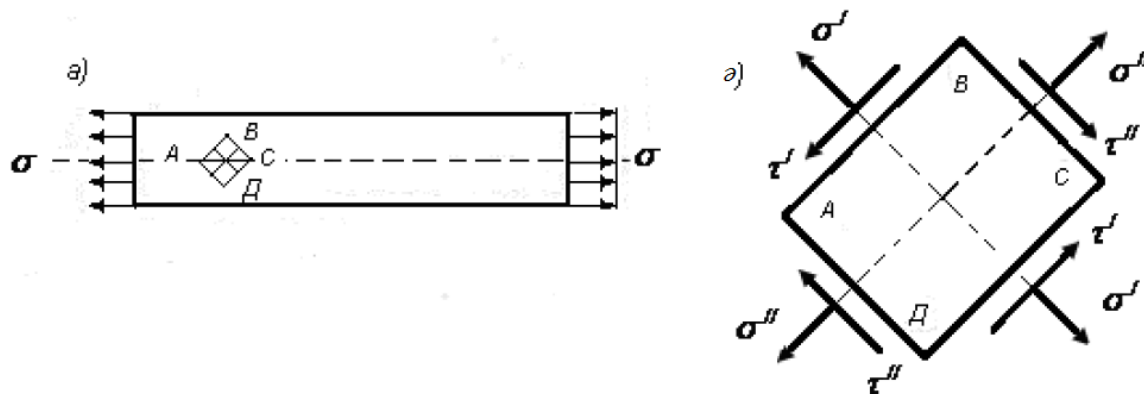
2. Егер $\alpha = \frac{\pi}{2}$ болса, онда $\sigma_a = \tau_a = 0$;

3. Егер $\alpha = 45^\circ$; ең қимада үлкен жанама кернеу пайда болады,

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2};$$

4. Егер $[\tau_a] = [\tau(\alpha + 90^\circ)]$; бұл формуладан мынадай заңдылық шығады. Созылып тұрған сырықтың кез – келген төртбұрышын (ABCD) алып қарастырсақ (1.14 - сурет), АВ және CD жақтарындағы жанама кернеулер $\tau' =$

$\frac{1}{2}\sigma\sin 2\alpha$, ал BC және AD жанама кернеулер $\tau'' = \frac{1}{2}\sigma\sin 2(\alpha + 90) = -\frac{1}{2}\sigma\sin 2\alpha$. Демек, өзара перпендикуляр жазықтықтағы жанама кернеулер бір – біріне тең, тек таңбалары қарама- қарсы болып келеді. Бұл заңдылық жанама кернеулердің жұптық заңы деп аталады. Яғни: $|\tau_a| = |\tau_{\alpha+90^\circ}|$



1.14 - сурет

1.10 Материалдарды созылу және сығылу кезінде беріктікпен қатаңдыққа есептеу¹

1.Созылған немесе сығылған элементтерді беріктікке мүмкін кернеу бойынша есептеу. Материалдың беріктік шегін, конструкцияның (немесе оның элементінің) бойында пайда болатын кернеуін, көтеретін жүктемені есеппен дәл анықтау мүмкін емес, өйткені оларды есептеу әдістемесі көптеген жорамалдарға (жоғарыда келтірілген) негізделген. Сондықтан есептеу нәтижесінде шығарылған кернеудің ең үлкен мәні материалдың нақты беріктік шегін сыйпаттамайды. Конструкцияны (немесе оның элементін) тәжірибеде қолдану үшін есеппен шығарылған кернеу материалдың рұқсат етілген яғни мүмкін кернеуінен артпау керек (мемлекеттік ғылыми зерттеу, жобалау институттарының тәжірибелерінің негізінде алынған). Бұл кернеу нормативтік құжаттарда **мүмкін кернеу** деп аталады (орысша: допускаемое напряжение) және $[\sigma]$ – деп белгіленеді: $[\sigma_{\text{соз}}]$ (созылудағы), $[\sigma_{\text{сығ}}]$ (сығылудағы) **мүмкін** кернеулер.

Мүмкін кернеу материалдың есеппен шығарылған беріктік шегін қауіпсіздік коэффициентіне (мәні $\geq 1,0$) бөлгенде анықталады. Яғни материалдың созылу немесе сығылу кезінде беріктігі болу үшін мына шарт орындалуға тиіс:

$$\sigma_{\text{соз}} \leq [\sigma_{\text{соз}}]; \quad \sigma_{\text{сығ}} \leq [\sigma_{\text{сығ}}] \quad (1.1)$$

Бұл шарт - беріктік шарты деп аталады, мұндағы $[\sigma_{\text{соз}}]$ және $[\sigma_{\text{сығ}}]$ - мүмкін кернеулер.

$$[\sigma_{\text{соз}}] = \sigma_{\text{вр}}/n_{\text{в}} \quad [\sigma_{\text{сығ}}] = \sigma_{\text{вр}}/n_{\text{в}} \quad (1.2)$$

мұнда $n_{\text{в}}$ - нормативтік қауіпсіздік коэффициенті;

¹Оқу құралында материалды жеңіл игеріп түсіну үшін коэффициенттер белгілері кең таралаған орыс әдебиеттеріндегідей берілген.

Пластикалық материалдан жасалған конструкциялар үшін (созылу және сығылу кезінде беріктік шектері тең болғандықтан) беріктік шарты келесідей болады:

$$\sigma \leq [\sigma], \quad (1.3)$$

мұнда σ – ең үлкен созылу немесе сығылудағы есеппен шығарылған кернеу, ал

$$[\sigma] = \sigma_T / [n_n], \quad (1.4)$$

$[n_n]$ – материалдың аққыштық шегімен салыстырғандағы нормативтік қауіпсіздік коэффициенті.

Материалдың беріктік шегін жоғарыдағы 1.1; 1.3 формулалармен есептеу конструкцияны **мүмкін кернеу бойынша есептеу** деп аталады. Конструкциядағы ең үлкен кернеу мүмкін кернеуге тең болса, онда ол жүктеме **мүмкін жүктеме (допускаемая нагрузка)** деп аталады.

Мүмкін кернеудің шамасы материалдардың механикалық қасиеттеріне тәуелді. Мысалы, пластикалық материалдар үшін мүмкін кернеу материалдың аққыштық шегіне, ал морт материалдар материалдардың уақытша кернеуіне тең ($\sigma_{вр}$). Яғни, $[\sigma] = \frac{\sigma_{вр}}{n_B}$;

n_B – қауіпсіздік коэффициенті. Оның мәні пластикалық материалдар үшін 1,25 -2,5, ал морт материалдар үшін 2,4 -5,0 аралығында болады.

2. Созылған немесе сығылған материалды шектік күй бойынша есептеу.

Керек болған жағдайда, конструкцияны немесе оның элементтерін мүмкін кернеудің орнына **шектік күй (предельное состояние)** бойынша есептейді. Есептелетін элементтің үш шарттық күйі қарастырылады, олар:

1. Конструкцияны (немесе оның элементін) жүк көтеру қабілеті бойынша есептеу, яғни – материалдың беріктігі, орнықтылығы, және төзімділігі бойынша есептеу;

2. Конструкцияны (немесе оның элементін) қатаңдығы бойынша есептеу, яғни деформациялар белгіленген мөлшердің шегінен аспайтындай етіп есептеу;

3. Конструкцияны (немесе оның элементін) кез - келген бір жерінде жарықша пайда болып, оның одан әрі ашылуы бойынша есептеу.

Бірінші шектік күй конструкцияның жүк көтеру қабілеті бойынша бағаланады. Созылу немесе сығылу үшін: $N_{ж.к.} = AR^n km$,

мұндағы A – сырықтың көлденең қимасының ауданы; R^n – материалдың нормативтік қарсыласуы (W – нормативтік кедергі коэффициенті), әдетте, бұл шама материалдың ағу шегіне тең; $k \geq 1$ – материалдың біртектілігін бағалайтын коэффициент, мысалы, болат үшін 0,8-0,9; $m \leq 1$ – конструкцияның жұмыс істеу жағдайын ескеретін коэффициент (сырық формасын, мысалы, жұқа қабырғалы сырық; жергілікті әлсіреуін және т.б.). $R^n k$ – материалдың қарсыласуы деп те түсінеді.

Екінші шектік күйдің формуласы: $\Delta l \leq f$; мұндағы: Δl – конструкцияның (элементтің) іс жүзіндегі орын ауыстыруы, ал f – нормативтік орын ауыстыру.

Бұл формула созылып (немесе сығылып) жұмыс істейтін сырықтар үшін жиі қолданады.

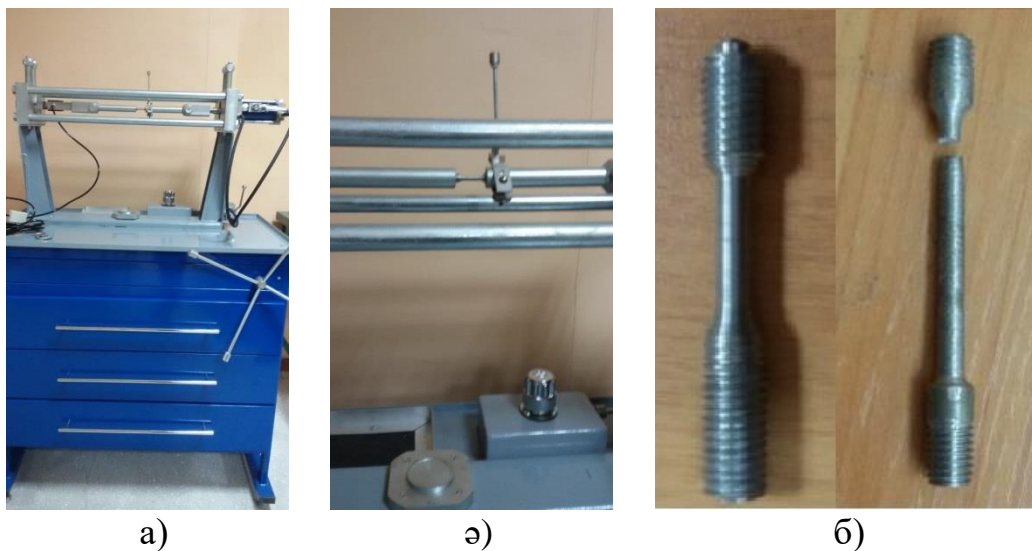
1.11 Материалдардың негізгі механикалық сипаттамалары

Әртүрлі материалдардың механикалық қасиеттері көбінесе тәжірибемен анықталады. Мысалы жоғарыда айтылған Гук заңын алайық. Кернеу мен деформация аралығындағы тәжірибемен анықталатын заңдылықтан басқа серпімділік модулінің бірінші түрі (E) тәжірибе жүзінде анықталады, Пуассон коэффициенті – бұл да тәжірибеден табылады

Инженердің негізгі мақсаты – конструкцияларды жобалау, оларды беріктігін тексеру болса, материалдардың механикалық қасиеттерін зерттеу, оларды тәжірибе арқылы анықтау аталған мақсатты орындауға тікелей байланысты. Әсіресе материалдарды созылу және сығылуға зерттеу нәтижелері конструкциялар мен оның элементтерін жобалау кезінде тікелей қолданады.

Созылу мен сығылуды зерттеудің негізгі мақсаты, материалды созу немесе сығу кезіндегі физикалық қасиеттерінің өзгеру диаграммасын сызып, үлгіге әрекет етіп тұрған күш пен оның деформациясының арасындағы тәуелділікті анықтау.

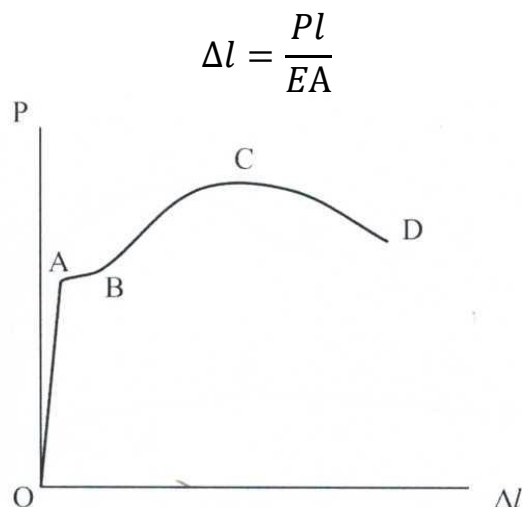
Үлгілерді сынауға арналған құрылғы (стенд) 1.15, а – суретте келтірілген. Үлгілер ($d= 10-12$ мм) темір - сымнан жасалған, екі жақ басында бұрандасы (резьбасы) бар. (1.15, б- сурет).



1.15 – сурет

Үлгінің жұмысшы бөлігінің ұзындығы $l_{раб}$ оның диаметрінен d 15 есе үлкен болуы керек. Аталған үлгіден басқа қысқа да үлгі болуы мүмкін, мысалы $l_{раб}/d$ беске тең. Сынақтың негізгі мақсаты – үлгіге түсіп тұрған күшпен оның деформациясының арасындағы тәуелділікті сипаттайтын созылу диаграммасын сызу.

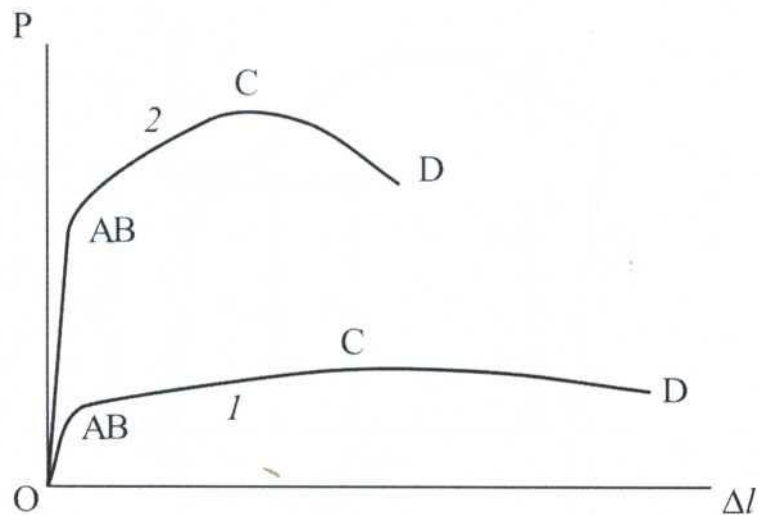
1.16- суретте $P-\Delta l$ координатасында салынған көміртекті болаттың типтік созу диаграммасы келтірілген. Диаграмманы шартты түрде келесідей төрт аймаққа (зонаға) бөлінеді.



1.16 – сурет. Көміртегі аз болаттың созылу диаграммасы

OA аймағы (зонасы) серпімділік аймағы деп аталады. Бұл аймақта материал Гук заңына бағынады. Суретте (1.16) бұл аймақты жақсы бейнелеу үшін масштабтан тыс көрсетілген. OA аймағындағы Δl учаскесінің ұзаруы өте аз. Сондықтан OA түзуінің осі ордината осіне өте жақын. Гук заңына бағынатын күштің шамасы үлгінің өлшеміне және материалдың физикалық қасиетіне тәуелді. Әсіресе жоғарғы сапалы болаттар үшін бұл күштің шамасы жоғары, ал мыс, алюминий, қорғасын сияқты материалдар үшін оның мәні бірнеше есе төмен.

AB аймағы **аққыштық** аймағы деп аталады, ал диаграмманың AB учаскесі **аққыштық алаңы** (площадка текучести) деп аталады. Бұл аймақта сыртқы күш – жүктеме аздап қана өскенмен, үлгі айтарлықтай ұзарады. Аққыштық алаңының (AB) болуы көптеген металлдар үшін міндетті емес. Көптеген жағдайда үлгілер созылғанда немесе сығылғанда аққыштық алаңы болмайды, ал үлгінің созылу диаграммасы 1.17- суретте көрсетілген қисық сызықтарға ұқсайды. Қисық сызық -1 алюминий мен жұмсартылған мысты, ал сызық -2 жоғарғы сапалы легирленген болаттың деформациясын сипаттайды.



1.17 – сурет. Мыстың (1) және легирленген болаттың (2) деформациялану диаграммалары

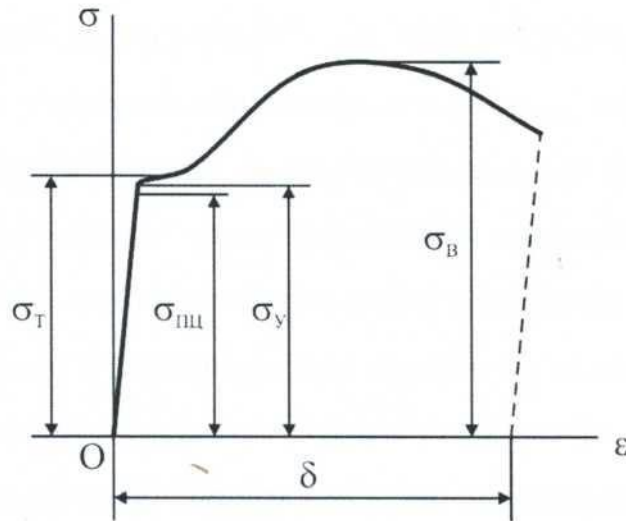
BC аймағы (1.16 - сурет) **қатаю аймағы** деп аталады. Бұл аралықта үлгінің ұзаруы жүктеменің өсуімен қатар жүреді, бірақ бұл үрдіс серпімділік аймағына қарағанда өте баяу (жүз есе десе де болады) жүреді. Қатаю кезеңінде үлгінің бойында болашақ үзілетін жіңішкеру белгісі – *мойын* пайда бола бастайды. Үлгіні созу барысында оның жіңішке мойны әрі қарай жіңішкеріп, *P* күші максималды мәніне жетеді (*C* нүктесінде). Әрі қарай үлгінің ұзаруы *P* күшінің азаюымен қатар жүреді, бірақ үзілетін **мойынның** көлденең қимасындағы кернеу ұлғая түседі. Үлгінің ұзаруы бұл жолы жергілікті (үзілетін жерде) болғандықтан *CD* қисық сызығының бұл бөлігі **жергілікті аққыштық аймағы** деп аталады. *D* нүктесі үлгінің үзілу (сыну) нүктесі болып табылады. Көптеген материалдарда үлгінің үзілуі **жіңішкеру мойны** пайда болмай – ақ үзіледі (сынады).

Тәжірибені одан әрі жалғастырып, *C* нүктесінде созылу тоқталғаннан кейін, үлгіні босатып қайта созсақ, онда мынандай екі ерекшелікті көруге болады:

1. Ағу алаңы мүлде болмайды;
2. Түзу сызықты серпімділік аймағы (*OA*) бұрынғығы қарағанда әлдеқайда ұзарады.

Бұл материалдың жаңа қасиетке ие болғанын сипаттайды және оны тәжірибеде **тойтарылу** (орысша: **наклеп**) деп атайды.

Материалдың аталған қасиеттерінің сандық шамасын бағалау үшін созу диаграммасын $P-f(\Delta l)$ σ және ϵ координатасына ауыстырайық. Ол үшін *A* есе ординатаны және *l* есе абцисса кішірейту керек. Мұнда *A* және *l* – үлгінің көлденең қимасының ауданы және үлгінің жүктеме түскенге дейінгі ұзындығы. Үлгінің аталған ауданы мен ұзындығы тұрақты болғандықтан диаграмма $\sigma = f(\epsilon)$ (сурет 1.18) созылу диаграммасымен бірдей болады. Бірақ ол үлгінің қасиеті емес материалдың қасиетін сипаттайды.



1.18 - сурет Кернеу – деформация диаграммасы

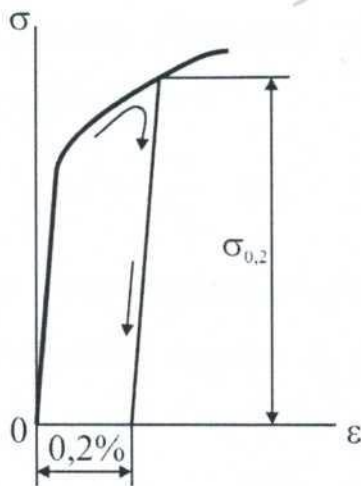
Материалдың Гук заңына дейінгі бағынатын ең үлкен кернеуін пропорционалдық шек деп атайды, оны- $\sigma_{пц}$ деп белгілейді.

Пропорционалдық шектің шамасы диаграмманың бастапқы аралығы қаншалықты түзу сызық болуына байланысты. $\sigma = f(\epsilon)$ қисық сызықтың $\sigma = E\epsilon$ түзуінен қаншалықты ауытқуын жанама сызықтың диаграмма мен ось σ арасындағы бұрышына байланысты. Гук заңы аясында аталған бұрыштың тангенсі $1/E$ шамасымен анықталады. Әдетте былай деп есептеледі: егер $d\epsilon/d\sigma$ шамасы $1/E$ шамасынан 50% жоғары болса, онда пропорционалдық шек өз дәрежесіне жеткенін сипаттайды.

Материалдардың серпімділік қасиеттері серпімділік шегі кернеуіне дейін сақталады. ***Серпімділік шегі σ_y деп материалда қалдық деформация сақталмайтын ең үлкен кернеуді айтады.*** Серпімділік шегін табу үшін үлгіні әрбір жүктемеден кейін босатып қалдық деформация барма жоқпа өлшеп, қадағалап біледі. Әдетте, серпімділік шегіне сәйкес қалдық деформацияны $\epsilon_{ост} = (1 \div 5) \cdot 10^{-5}$ деп қабылдайды, яғни 0,001 ÷ 0,005%. Осы көрсетілген дәлдік шекке сәйкес ***серпімділік шегі $\sigma_{0,001}$ немесе $\sigma_{0,005}$ деп белгіленеді.***

Серпімділік шекті және пропорционалдық шекті анықтау өте қиын және олар өздерінің мәнін жанама сызықпен қалдық деформацияның арасындағы бұрышқа байланысты күрт өзгертеді. Сондықтан $\sigma_{пц}$ және $\sigma_{упр}$ мәндері материалдың қасиеттері туралы анықтама кестелерінде берілмейді.

Материалдың аққыштық шегі деп үлгіге түсіп тұрған жүктеме айтарлықтай өспей тұрғанда материалдың деформациясының өсуін көрсететін кернеуді айтады. Егер диаграммада анық аққыштық шегі байқалмаса, онда аққыштық шегіне қалдық деформацияға тең $\epsilon_{ост} = 0,002$ немесе 0,2% (1. 19 - сурет) кернеудің мәні алынады. Кейбір жағдайларда қалдық деформация $\epsilon_{ост} = 0,5\%$ деп алынады.



1.19 - сурет Шартты аққыштық шекті анықтау.

Шартты аққыштық шек қалдық деформацияның мәніне байланысты $\sigma_{0,2}$ және $\sigma_{0,5}$ деп белгіленеді. Аққыштық шекті оңай анықтауға болады және ол материалдың негізгі механикалық сипаттамасына жатады.

Сынау кезінде үзілмей (сынбай) көтере алатын ең үлкен күштің үлгінің көлденең қимасының ауданына қатынасы беріктік шек немесе материалдың уақытша қарсыласуы деп аталады, ол $\sigma_{ВР}$ деп белгіленеді (кейбір әдебиеттерде уақытша кернеу σ_y деп те белгіленеді).

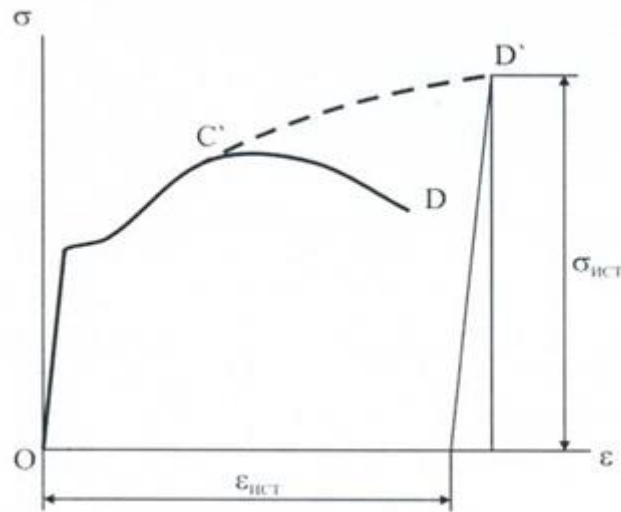
Әсіресе есте болатын нәрсе $\sigma_{ВР}$ ең үлкен кернеу емес. Егер созып тұрған күшті үлгінің алғашқы ауданы емес, дәл сол күш түсіп тұрған уақыттағы ауданға бөлсек, онда үлгінің үзілер кезіндегі кернеуі уақытша кернеуден ($\sigma_{ВР}$) әлдеқайда жоғары. Осы ерекшелікті ескере отырып жасалған диаграмма кернеулердің нақты диаграммасы деп аталады (1.20 – сурет). Сондықтан беріктік шегі де шартты шама деп айтуға болады.

Үлгінің үзіліп сынуы $\delta\%$ орташа қалдық деформацияның мәні болып табылады, ол стандартты үлгінің үзілу кезінде пайда болады. $\delta\%$ анықтау төменгідей жүргізіледі.

Үлгіні сынаудың алдында оның бетіне $l_0 = 10d$ немесе $l_0 = 5d$ қашықтықта екі белгі (рискі) салынады. Үлгі сынғаннан кейін оның екі бөлігі бір – біріне ось бойымен қатты қосылып оның бетіндегі белгілерін өлшеп, үлгінің стандартты ұзындығы бойынша орташа ұзаруын Δl_0 анықтайды. Үлгінің үзілудегі ұзаруы келесідей болады:

$$\delta\% = \frac{\Delta l_0}{l_0} \cdot 100$$

Жоғарыда айтылғандай үлгінің көлденең қимасының ауданының (A) кішірейуін және жергілікті деформациясының ұлғаюын ескере отырып, оның созылу диаграммасын *нақты созылу диаграммасы* деп атайды ($OC'D'$ қисығы 1. 20 – сурет



1.20 – сурет. Нақты (истинная) созылу диаграммасы

Енді материалдардың беріктік және пластикалық сипаттамаларына тоқталайық:

Беріктік сипаттамалары: пропорционалдық шек ($\sigma_{\text{пц}}$), серпімділік шегі ($\sigma_{\text{упр}}$), аққыштық шегі $\sigma_{\text{т}}$, созылуға уақытша беріктік ($\sigma_{\text{вр}}$), беріктік шегі ($\sigma_{\text{пч}}$).

Пропорционалдық шек ($\sigma_{\text{пц}}$) – жүктеме мен деформация арасында тура пропорционалдық қатынас болатын ең үлкен (max) кернеу:

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{F_{\text{пц}}}{A_0}$$

Серпімділік шегі ($\sigma_{\text{упр}}$) – материалда қалдық деформация болмайтын ең үлкен (max) кернеу:

$$\sigma_{\text{упр}} = \frac{F_{\text{упр}}}{A_0}$$

Аққыштық шегі ($\sigma_{\text{т}}$) - материалды созғанда қалдық деформация пайда болғанға дейінгі және күш тұрақты мәнінде деформацияның әрі қарай ұлғайуын туғызатын ең кіші (min) кернеу

$$\sigma_{\text{т}} = \frac{F_{\text{т}}}{A_0}$$

Созылуға уақытша беріктік ($\sigma_{\text{вр}}$) – үлгі қирамайтын шартты ең үлкен созылу кернеуі:

$$\sigma_{\text{вр}} = \frac{F_{\text{max}}}{A_0}$$

Беріктік шегі ($\sigma_{\text{пч}}$) – қирамай сығылатын ең үлкен максималды (max) кернеу. Беріктік шегі **уақытша сығылу (созылу) шегіне** тең.

Материалдың беріктік сипаттамасына оның қаттылығы да жатады. **Қаттылық** деп әдетте материалдың бойына басқа дененің механикалық кіруіне қарсыласуын айтады. Материалдардың қаттылығы көбінесе Роквелл немесе Бринеллдің әдістерімен анықталады.

Материалдың пластикалық қасиеттерінің сипаттамалары:

салыстырмалы қалдық ұзаруы (δ), салыстырмалы қалдық жіңішкеруі (ψ).

Салыстырмалы қалдық ұзаруы (δ), - үлгінің қалдық деформациясының $\Delta l_{\text{ост}}$ оның алғашқы ұзындығына қатынасын айтады (l_0), % .

$$\delta = \frac{\Delta l_{\text{ост}}}{l_0} \times 100\% = \frac{l_k - l_0}{l_0} \times 100\%$$

Салыстырмалы қалдық жіңішкеруі (ψ) – үлгінің үзілетін көлденең қимасының ауданының оның алғашқы ауданына A_0 қатынасын айтады, %

$$\psi = \frac{A_0 - A_{\text{ш}}}{A_0} \times 100\%$$

Материалдардың пластикалық қасиеттері олардың салыстырмалы қалдық ұзаруымен (δ) бағаланады. Бағалау үшін мынадай шарттар қабылданған:

- егер $\delta < 5\%$ болса, материал морт сынғыш (мысалы: шойын кірпіш, бетон, т.б.);

- егер $5 > \delta < 10\%$ болса, материал орташа – пластикалық (дюралюминий, бронза, т.б.); легирленген болат – пластикалық қасиеті аз;

- егер $\delta > 10\%$ болса, пластикалық материал (мысалы: көміртегі аз болат, алюминий, жез, т.б.);

Материалдардың сығылу кезіндегі ерекшеліктері. Материалдарды сығу кезінде олардың өздеріне тән ерекшеліктері анықталады. Мысалы, болаттан жасалған цилиндрді сыққан кезде ағу алаңына дейінгі диаграммасы созылу диаграммасымен бірдей деуге болады. Созылу кезіндегі сияқты металлды сығу кезінде аққыштық алаңынан кейін қатаю аймағы басталады, әрі қарай диаграмма күрт өзгереді. Сығу күші өсе береді, ал үлгіні қирату (сындыру) шегі болмайды. Болат үлгінің қирату шегін табу мүмкін емес.

Шойыннан жасалған үлгіні сыққан кезде түзу сызықты серпімділік алаңы (болат сияқты) жоқ. Күш пен деформация өзара қисық сызықпен өрнектеліп, күш белгілі бір шамаға жеткенде, үлгі сынады. Оның сыну (қирау) жазықтығы цилиндр осіне 45° шамасында болады. Бұл шойын сияқты морт сынғыш материалдарға (бетон, кірпіш, тас, т.б.) тән қасиет.

Ағаштан жасалған үлгілерді сыққан кезде, ағаштың талшықтарының бағытына байланысты қирау күштері де әртүрлі болады (талшықтардың бойымен 10 есе күш артық жұмсалады).

Морт материалдар созылудан гөрі сығылуға төзімді, мысалы шойын үшін оның созылудағы кернеуі мен сығылудағы кернеуінің ара қатынасы: $k = \frac{\sigma_{\text{соз}}}{\sigma_{\text{сығ}}} = 0,2 \div 0,4$; керамика үшін $k = 0,1 \div 0,24$;

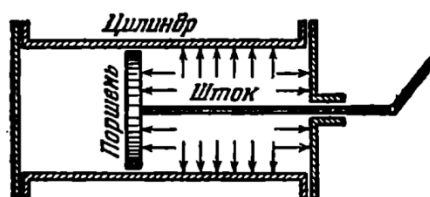
Бақылау сұрақтары

1. Материалдар кедергісі пәнінің «Теориялық механика» пәнінен негізгі айырмашылығы қандай?
2. Неліктен «Теориялық механиканың» негізгі ұстанымдарын қолданбай, материалдар кедергісінің бірде - бір есебін шығаруға болмайды?
3. Материалдар кедергісінің негізгі мақсаты қандай?

4. Материалдар кедергісінде қандай негізгі ғылыми болжамдар (жорамалдар - гипотезалар) қабылданған?
5. Есептеу сызбасы деген не, ол не үшін қажет?
6. Материалдар кедергісіндегі сыртқы және ішкі күштерге сипаттама бер; M_6 – бұрау моменті, M_x және M_y - ию моменттерінің айырмашылықтары қандай?
7. Таза иілу мен көлденең иілудің айырмашылығы қандай?
8. Кернеулік күй мен деформацияланған күй нені сипаттайды?
9. Серпімділік деформациясы, пластикалық деформация ұғымдарына анықтама беріп, мысал келтір.
10. Гук заңының анықтамасын және Пуассон коэффициентінің физикалық мәні, формулалары қандай?
11. Көлбеу қимадағы кернеулер қалай өзгереді, кернеулердің жұптық заңы деген не?
12. Материалды созылу және сығылу кезінде беріктікпен қатаңдыққа есептеу әдістемелері қандай, мүмкін кернеу, шектік күй деген не?
13. Беріктік шегі деген не және оны қалай белгілейді?
14. Материалдың серпімділік шегі деген не?
15. Шартты серпімділік шегі деген не, ол қалай белгіленеді?
16. Аққыштық шегі, шартты аққыштық шегі деген не, қалай белгіледі?
17. Материалдың пластикалық сипаттамалары қалай бағаланады?
18. Морт материалдар қалай сынады, созылу және сығылу кезінде қандай қасиеттер көрсетеді?
19. Материалдың механикалық сипаттамаларын атап өтіңіз
20. Материалдың тойтарылу қасиеті нені сипаттайды?

1.12 Мысалдар. Ось бойынша созылу және сығылу

1.1. Поршень штогіндегі кернеуді және оның бір жүрістегі деформациясын табу керек (1.21 - сурет). Берілгендер: цилиндр диаметрі- 40см, шток : $d = 55,6$ см, $l = 75$ см, цилиндрдегі пардың қысымы $P = 10$ атм. ($98,1 \text{ Н/м}^2$), штоктың материалы – болат, оның серпімділік модулі $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2 = 19,62 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$



1.21- сурет

Есептің шешуі: Штоктың кернеуін табу үшін оның поршеньге қысымын тауып, штоктың көлденең қимасының ауданына бөледі, яғни $\sigma = \frac{P}{A}$,

1) Поршеннің ауданы

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = 0,785 \cdot 40^2 = 1256 \text{ см}^2 (0,1256 \text{ м}^2)$$

2) Штоктың поршеньге түсіретін қысымы

$$N = A_1 P = 1256 \cdot 10 = 12560 = 0,1256 \cdot 9,81 \cdot 10^5 = 1,23 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

3) Штоктің көлденең қимасының ауданы

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = 0,785 \cdot 5,6^2 = 24,56 \text{ см}^2 = 2,465 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

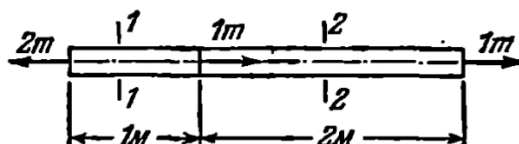
4) Штоктің бойындағы кернеу

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{12560}{24,65} = 510 \text{ кг/см}^2 = \frac{1,23 \cdot 10^6}{2,465 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$$

5) Штоктің бір жүрістегі деформациясы (қысқаруы) Гук заңынан табылады

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA_2} = \frac{12560 \cdot 75}{2 \cdot 10^6 \cdot 24,65} = 0,091 \text{ см} = 191 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

1.2. Сырықтың қималарындағы (1-1 және 2-2) кернеулерді және болат сырықтың толық ұзаруын табу керек, егер оған түсірілген жүктеме 1.21 - суретте көрсетілгендей болса, ал көлденең қимасының ауданы 4 см^2 болса.



1.22 - сурет

Есептің шешуі. Сырықты 1-1 қимасымен ойша кесіп, оң жағын алып тастаймыз. Әрине кесіндінің сол жағын да алып тастауға болады, бірақ есепті шығаруды жеңілдету үшін сырықтың жүктемесі көп жағын алған дұрыс.

Сырықтың сол жағына түсіп тұрған 2 т. жүктемені теңестіру үшін оның 1-1 қимасындағы ішкі күштер де 2 т. болуға тиіс және оң жаққа бағытталады. Сонда 1-1 қимасында $N_1 = 2$ т. созу күші әсер етіп тұр.

Осы әдіспен 2-2 қимасында $N_2 = 1$ т. күш әсер етіп тұр деп айтуға болады. Енді сырықтың бойындағы кернеуді табайық:

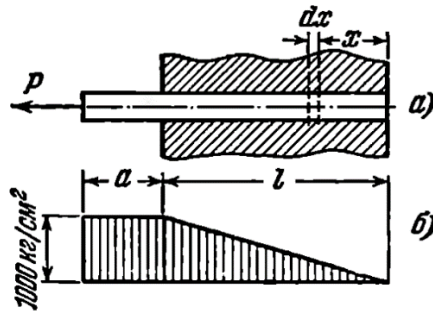
$$1-1 \text{ қимасындағы кернеу : } \sigma = \frac{N_1}{F} = \frac{2000}{4} = 500 \text{ кг/см}^2$$

$$2-2 \text{ қимасындағы кернеу } \sigma = \frac{N_2}{F} = \frac{1000}{4} = 250 \text{ кг/см}^2$$

Сырықтың 1-1 және 2-2 қималарындағы ішкі күштер бір – біріне тең болмағандықтан қиманың әр бөлігіндегі деформацияны жеке – жеке есептеп, екеуін қосып жалпы деформацияны табамыз.

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{N_1 l_1}{EF} + \frac{N_2 l_2}{EF} = \frac{2000 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 4} + \frac{1000 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 4} = 0,05 \text{ см} = 0,5 \text{ мм.}$$

1.3. Бетон стенаға болат сырық қатырылған (1.233- сурет). Оны жұлып алу үшін 2т. күш керек. Бұған бетонның қарсыласу кедергі күші әсер етеді. Сырықтың көлденең қимасының ауданы - 2 см^2 , ұзындығы $l = 40 \text{ см}$, сырықтың бос тұрған жерінің ұзындығы $a = 15 \text{ см}$.



1.23 - сурет

Есептің шешуі: Сырықтың a бөлігінің ұзындығындағы барлық қималарында кернеу бірдей және тең: $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{2000}{2} = 1000 \text{ кг/см}^2$

Сырықтың l бөлігінің бетон тіркестігін теңдестіру күші (равнодействующая сила) сырықты созып тұрған P күшіне тең болуға тиіс. Есепті шарты бойынша бұл күш сырықтың l бойында бірқалыпты, және бір өлшем ұзындыққа P/l күш түсіп тұр.

Сырықтың бас жағынан x қашықтықта қима жүргізейік. Сонда қиманың оң жақтағы бетон тіркестігін теңестіру күші тең болады:

$$N = p x = P/l \cdot x$$

Сырықтың сол жағын алып тастасақ (ойша), онда тепе-теңдік шарты бойынша оң жағының қимасындағы ішкі күш тең - N . Сонда x қашықтықтағы қимадағы кернеу тең болады:

$$\sigma(x) = \frac{N}{F} = \frac{p x}{F} = \frac{P x}{l F};$$

Оң жақта x нөлге тең болғанда кернеу де нөлге тең; $x = l$ болғанда кернеу тең:

$$\sigma = \frac{p l}{l F} = \frac{P}{F} = 1000 \text{ кг/см}^2$$

Сырықтың бойындағы кернеу 1.23, б - сурет көрсетілген.

Енді сырықтың a және l бөліктерінің деформацияларын анықтайық. Сырықтың a бөлігінің деформациясы тең:

$$\Delta l_a = \frac{P a}{E F} = \frac{2000 \cdot 15}{2 \cdot 10^6 \cdot 2} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ см.}$$

Сырықтың l бөлігінің деформациясын табу үшін оң жағынан x қашықтықтан dx – ең аз мөлшердегі бөлігін ойша кесіп алып, оның ұзарын жазамыз:

$$\Delta dx = \frac{N dx}{E F} = \frac{P x \cdot dx}{l F};$$

Сырықтың l бөлігінің деформациясын әрі қарай интегралмен шығарамыз.

$$\Delta l_l = \int_0^l \Delta dx = \int_0^l \frac{P x dx}{l F} = \frac{P l}{2 E F} = \frac{2000 \cdot 40}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ см.,}$$

Сырықтың толық ұзаруы (деформациясы) :

$$\Delta l = \Delta l_l + \Delta l_a = 1 \cdot 10^{-2} + 7,5 \cdot 10^{-3} = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ см} = 0,175 \text{ мм.}$$

1.4 Топсалы сырық жүйесіне Q жүк түсіп тұр. AB – дюралюминий, BC – болат. Екі сырықта да мүмкін кернеулер бірдей – $[\sigma] = 1500 \text{ кг/см}^2$.

Сырықтардың көлденең қимасының аудандарын және C нүктесінің вертикаль және горизонталь бағытта орын ауыстыруларын табыңдар (F_{AC} ?; F_{BC} ?; $\Delta_{гор}$?; $\Delta_{верт}$?) (1.24- сурет)

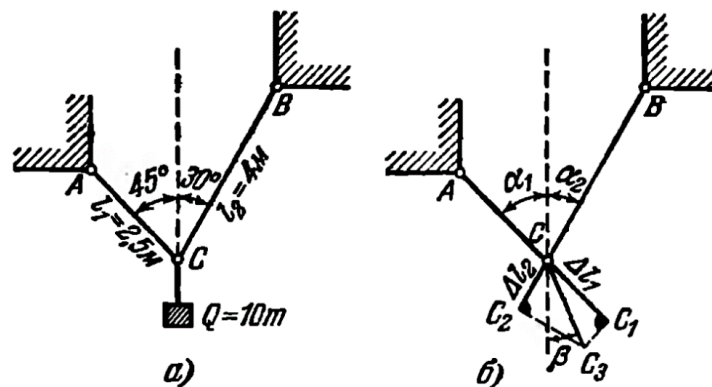
Есептің шешуі: C нүктесіндегі орын ауыстыруды табу үшін нүктедегі сырықтарды суретте көрсетілгендей ұзартып $\Delta l_1 = CC_1$; $\Delta l_2 = CC_2$, жаңа ұзындықтарын AC_1 және BC_2 деп белгілейік.

C нүктесінің жаңа орнын табу үшін ұзартылған сырықтарды A және B нүктелері арқылы айналдырып қосайық. Сонда C_1 және C_2 нүктелері C_1C_3 және C_2C_3 доғалары бойымен орын ауыстырады. Бұл доғалар AC_1 және BC_2 сызықтарына перпендикуляр түзулер ретінде қарастырға болады. Сонда CC_3 сызығы орын ауыстыруға Δ жатады. Осы сызықтың вертикаль сызықпен бұрышын β деп белгілеп теңдеулер жүйесін құрамыз:

$$\Delta = \frac{\Delta l_1}{\cos(\alpha_1 - \beta)} = \frac{\Delta l_2}{\cos(\alpha_2 - \beta)}$$

Осы теңдеулерден β бұрышын және Δ және оның вертикаль және горизонталь бағыттағы проекцияларын табамыз.

Жауап: $F_{AC} = 3,46 \text{ см}^2$, $F_{BC} = 4,88 \text{ см}^2$; $\Delta_{гор} = 2,6 \text{ мм}$; $\Delta_{верт} = 5 \text{ мм}$.



1.24- сурет

1.5. Болат сырықты созылуға сынау кезінде 1.25, a - суреттегі диаграмма шықты. Сырықтың $d = 6 \text{ мм}$, өлшеу аралығындағы ұзындығы – 30 мм , үзілген жерінің (мойынның) $d = 3,1 \text{ мм}$. Материалдың шартты және нақты механикалық сипаттамаларын анықтап, нақты кернеуінің диаграммасын сызу керек.

Есептің шешуі: 1.25, a - суреттен мынаны көруге болады:

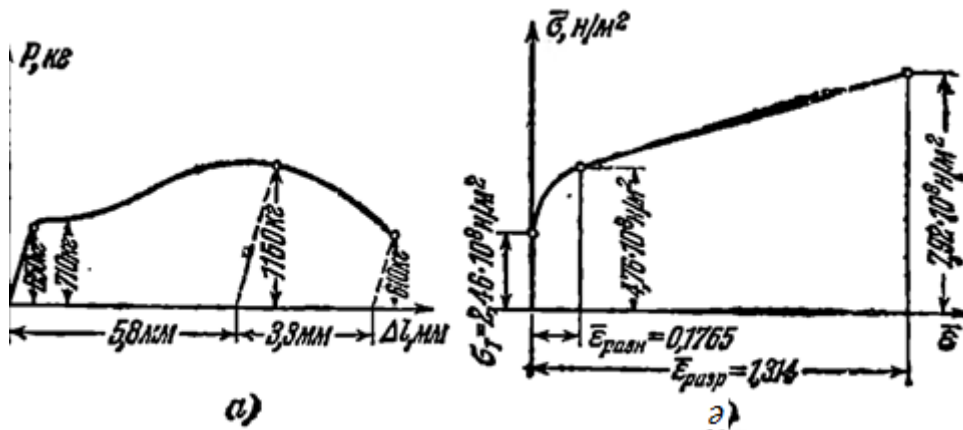
1) пропорционалдық шек $P_{пц} = 650 \text{ кг} = 6380 \text{ н}$;

- 2) аққыштық шек $P_T = 710 \text{ кг} = 6970 \text{ Н}$;
 - 3) беріктік шегіндегі - жүктеме $P_B = 1150 \text{ кг} = 11280 \text{ Н}$;
 - 4) сырықтың үзілу (сыну) кезіндегі жүктеме $P_{\text{разр.}} = 610 \text{ кг} = 5990 \text{ Н}$;
- Сырықтың алғашқы көлденең қимасының ауданы тең

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 36}{4} = 28,3 \text{ мм}^2 = 2,83 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2,$$

осыған сәйкес сырықтың шартты (алғашқы қимасына қатысты) механикалық сипаттамалары төмендегідей болады:

- 1) пропорционалдық шек $\sigma_{\text{пц}} = \frac{P_{\text{пц}}}{A} = \frac{6380}{2,83 \cdot 10^{-5}} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$
- 2) аққыштық шек $\sigma_T = \frac{P_T}{A} = \frac{6970}{2,83 \cdot 10^{-5}} = 2,46 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$
- 3) беріктік шек $\sigma_B = \frac{P_B}{A} = \frac{11280}{2,83 \cdot 10^{-5}} = 3,98 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$,



1.25, а, ә - сурет

Диаграммадағы (1.25, а – сурет) сынып үзілген сырықтың толық қалдық ұзаруы (деформациясы): $5,8 + 3,3 = 9,1 \text{ мм}$.

Сондықтан үлгінің салыстырмалы қалдық ұзаруы тең:

$$\delta = \frac{\Delta l_{\text{разр}}}{l} = \frac{9,1}{30} \cdot 100 = 30,3 \%$$

Үзіліп сынған кездегі көлденең қиманың жіңішкерген ауданы:

$$F_{\text{ш}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 3,1^2}{4} = 7,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

Сонда үзілгеннен кейін көлденең қиманың ауданының қалдық салыстырмалы кішірейуі:

$$\psi = \frac{F - F_{\text{сын}}}{4} = \frac{28,3 - 7,55}{4} = 0,731 = 73\%$$

Енді материалдың нақты механикалық қасиеттерін анықтауға кірісейік. Ол үшін алдымен бірқалыпты (равномерное) шекті қалдық ұзаруын табайық.

$\Delta l_{\text{равном.}}$ Диаграммада көрсетілгендей ол тең $\Delta l_{\text{равном.}} = 5,8 \text{ мм}$. Сонда салыстырмалы бірқалыпты шекті қалдық ұзаруы тең :

$$\epsilon_{\text{равном.}} = \frac{\Delta l_{\text{равном.}}}{l} = \frac{5,8}{30} = 0,193$$

Беріктік шегіне сәйкес нақты кернеу келесі формуламен анықталады:

$$\sigma_B = \sigma_B (1 + \varepsilon_{\text{равном.}}) = 3,98 \cdot 10^8 (1 + 0,193) = 4,76 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2,$$

ал үзілген кездегі нақты кернеу тең болады:

$$\sigma_{\text{разр}} = \frac{P_{\text{РАЗР}}}{F_{\text{III}}} = \frac{5990}{7,55 \cdot 10^{-6}} = 7,92 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2,$$

Нақты салыстырмалы шекті бірқалыпты қалдық ұзару мына формуламен анықталады:

$$\varepsilon_{\text{равн.}} = \ln (1 + \varepsilon_{\text{равн.}}) = \ln (1 + 0,193) = 0,1765, \text{ ал нақты үзілгендегі салыстырмалы қалдық ұзаруы тең: } \varepsilon_{\text{разр}} = \ln \frac{1}{1-\psi} = \ln \frac{1}{1-0,73} = 1,314.$$

Анықталған нақты механикалық сипаттамаларды пайдалана отырып нақты кернеудің диаграммасын сызамыз: 1.25, ә – сурет. Салынған диаграммаға талдау жасаймыз.

Ескерту. Есептерді кеңінен тараған орыс әдебиеттерімен салыстырып оқуды жеңілдету үшін әріп таңбалардағы белгілер аталған оқулықтардағы мысалдармен бірдей берілген:

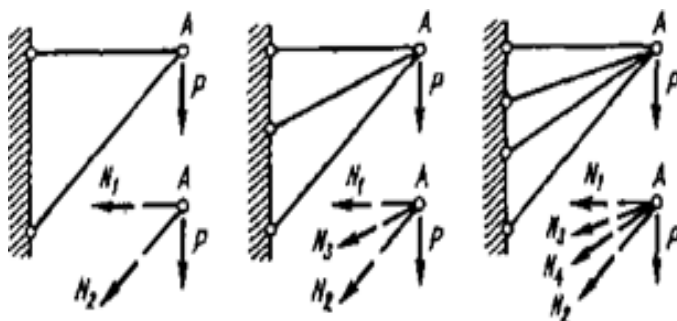
- 1) пропорционалдық шек σ_{III} – предел пропорциональности;
- 2) аққыштық шек σ_T – предел текучести;
- 3) беріктік шек σ_B – предел прочности;
- 4) $\delta = \frac{\Delta l_{\text{разр}}}{l}$ үлгінің салыстырмалы қалдық толық ұзаруы – (полное остаточное удлинение разорванного образца);
- 5) Ψ - көлденең қиманың ауданының қалдық салыстырмалы кішірейуі – (остаточное уменьшение площади поперечного сечения после разрыва)
- 6) F_{III} Үзіліп сынған кездегі көлденең қиманың жіңішкерген ауданы – (площадь поперечного сечения шейки в месте разрыва),
- 7) салыстырмалы бірқалыпты шекті қалдық ұзару $\varepsilon_{\text{равном.}}$ – (предельное равномерное остаточное удлинение),
- 8) σ_B - беріктік шегіне сәйкес нақты кернеу – (истинное напряжение, соответствующее пределу прочности)
- 9) $\sigma_{\text{разр}}$ – үзілген кездегі нақты кернеу – истинное напряжение в момент разрыва
- 10) $\varepsilon_{\text{равн.}}$ - нақты салыстырмалы шекті бірқалыпты қалдық ұзару – (истинное относительное предельное равномерное остаточное удлинение)
- 11) $\varepsilon_{\text{разр}}$ - нақты салыстырмалы үзілгендегі қалдық ұзаруы тең – (истинное относительное остаточное удлинение при разрыве).

1.13 Статикалық анықталатын және анықталмайтын жүйелер

Барлық жоғарыдағы қарастырылған мысалдарда көлденең қималардағы ішкі күштер қима әдісімен, статикның белгілі теңдеулерін құрастырумен анықталады. Мұндай жүйелер статикалық анықталатын жүйелер деп аталады. Бірақ қима әдісімен ішкі күштер әрқашанда анықталмайды. Тәжірибеде

статикалық анықталмайтын жүйелер жиі кездеседі. Мұндай жүйелерден құрастырылған конструкциялар беріктік, қатандық, орнықтылық жағынан статикалық анықталатын жүйелермен салыстырғанда анағұрлым ұтымды. Аталған жүйелерде ішкі күштерді тек қана қима әдісімен анықтау мүмкін емес (ол үшін статиканың теңдеулерін құрастыру жеткіліксіз).

Төменде 1.26, *а*- суретте екі сырықты кронштейн көрсетілген. Сырықтың бойындағы бойлық күштерді статиканың екі теңдеуімен *A* нүктесінің тепе – теңдігі шарты бойынша оңай табуға болады. Егер кронштейнге тағы бір сырық қосылса (1.26, *б* – сурет) онда бойлық ішкі күштерді статиканың теңдеулерінен табуға болмайды: конструкциядағы *A* нүктесі үшін тек қана екі тепе – теңдік теңдеуін құрастыруға болады, ал белгісіздердің саны - 3. Мұндай жағдайда жүйе бір рет статикалық анықталмайтын жүйе деп аталады. Кронштейнге тағы да екі, үш сырық қоссақ (1.26, *в*, *г* – сурет) екі, үш рет анықталмайтын жүйелер шығады



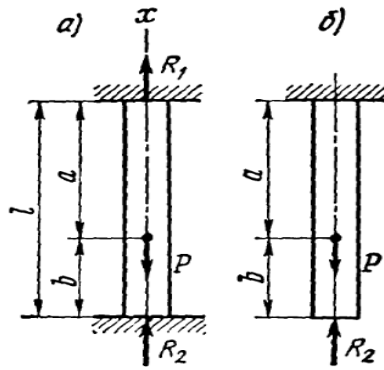
1.26 - сурет

Сонымен 1.26- суретте үш сырықтар жүйесі көрсетілген: бірінші – статикалық анықталатын жүйе, екінші және үшінші - екі, үш рет анықталмайтын жүйелер.

Белгісіз ішкі күштерді табу үшін, тағы да қосымша теңдеулер жүйесін құрастыру қажет. Бұл қосымша теңдеулер жүйенің геометриялық байланысын, оның ерекшеліктерін сипаттау керек. Шартты түрде оларды орын ауыстыру теңдеулері деп атайды. Орын ауыстыру теңдеулерін құрастырудың қарапайым мысалдарын қарастырайық.

Мысал 1. Екі жағы қатаң бекітілген жоғары бекітпеден $1/3$ қашықтықта P күшімен жүктеме түсіп тұрған түзу сырықтың ең үлкен кернеуін табу керек (1.27 - сурет).

Конструкция бір рет статикалық анықталмайтын жүйе. Өйткені екі тірек реакциялары (R_A және R_B) статиканың бір теңдеуінен анықталмайды. $R_A + R_B = P$; Конструкцияға барлық күш бір түзудің бойымен түсіп тұрғандықтан статиканың ережесі бойынша бір-ақ теңдеу құрастыруға болады. Сондықтан екі белгісізді (тірек реакцияларын) анықтау үшін тағы да қосымша бір теңдеу құрастыру керек.



1.27 - сурет

Қосымша орын ауыстыру теңдеуін құрастырамыз. Орын ауыстыру теңдеуі жүктің күшінен сырықтың жалпы ұзындығы өзгермейтінін көрсетуге тиіс. Сырықтың жоғарғы жағы қанша ұзарса, төменгі жағы сонша қысқарады

$$\Delta A = \Delta B$$

Гук заңы бойынша ($\Delta L = \frac{NL}{EA}$) сырықтың ұзаруын күш арқылы бейнелеп

$$\text{жазамыз : } \Delta A = \frac{R_A \frac{1}{3}l}{EA}; \Delta B = \frac{R_B \frac{1}{3}l}{EA}; \quad \frac{R_A \frac{1}{3}l}{EA} = \frac{R_B \frac{1}{3}l}{EA}; \quad R_A = 2 R_B;$$

Соңғы жазылған теңдеуді бірінші теңдеумен ($R_A + R_B = P$) қосып шығарсақ

$$R_A = \frac{2}{3} P; \quad R_B = \frac{1}{3} P;$$

Сырықтың ең үлкен кернеуі Гук заңынан: $\sigma_{max} = \frac{2P}{3A}$;

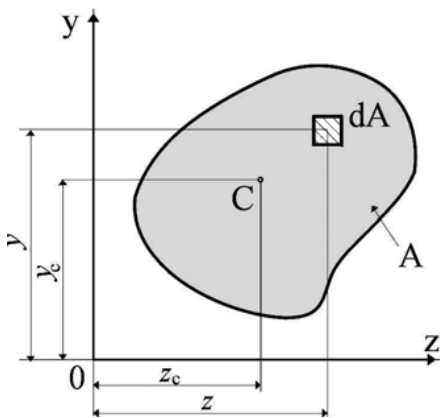
2- Тарау.

Жазық қималардың геометриялық сипаттамалары, ығысу, бұралу 2.1 Геометриялық сипаттамалар туралы кейбір түсініктер.

Сырықтың әртүрлі деформация түрлеріне қарсыласу қабілеті көп жағдайда оның материалы мен өлшемдеріне ғана байланысты емес, сонымен қатар оның көлденең қимасының ауданына, пішініне, қиманың осьтік сызығының бағытына, орналасуына байланысты.

Конструкцияны немесе оның элементтерін созылуға немесе сығылуға есептегенде көлденең қиманың ауданы басты геометриялық сипаттама болып табылады; ал бұралуға, иілуге, орнықтылыққа есептегенде: статикалық моменттер, инерция моменттері, кедергі моменті сияқты күрделі геометриялық сипаттамалар басты геометриялық сипаттамалар болады.

Сонымен, геометриялық сипаттамаларға деформацияда тұрған конструкцияның немесе оның элементтерінің көлденең қимасын (өлшемдерін, ауданын, пішінін, орналасуын) сипаттайтын сандық өлшемдер жатады.



Мысалы, 2.1 суретте салмақ центрінің координаталары z_c , y_c қиманы (A) қарастырайық. Қимадан координаталары (z, y) бір элементар ауданды dA бөліп алайық.

Қиманың негізгі геометриялық сипаттамаларын (соның ішінде аталған қиманың) мына интегралмен өрнектеуге болады:

$$\int y^m \cdot z^n \cdot dA \quad (2.1)$$

2.1- сурет

Аталған интегралдан қиманың келесі геометриялық сипаттамаларын шығаруға болады.

Көлденең қиманың ауданы:

Егер интеграл астындағы көрсеткіштерді $m=0$, $n=0$ болса, интеграл көлденең қиманың ауданын сипаттайды

$$\int_A dA = A$$

Бірақ деформация жағдайында тек қана көлденең қиманың ауданын білу жеткіліксіз, дененің басқа да геометриялық сипаттамаларын білу қажет.

Қиманың статикалық моменті.

Егер интеграл астындағы көрсеткіштерді $m=1$, $n=0$ болса онда интеграл қиманың « z » осі бойынша статикалық моменті деп аталады

$$\int_A y dA = S_z$$

немесе $m=0, n=1$ болса қиманың «у» осі бойынша моменті болады.

$$\int_A z dA = S_y$$

Сонымен **қиманың статикалық моменті** деп берілген ось бойынша алынған элементар аудандардың dA сол оське дейінгі қашықтыққа көбейтіндісін барлық аудан A бойынша алынған сомасын айтады.

Вариньон теоремасы негізінде берілген ось бойынша статикалық момент мына өрнекпен жазылады:

$$S_z = \int_A y dA = y_C A,$$

$$S_y = \int_A z dA = z_C A,$$

ал **күрделі қима** (бірнеше қарапайым қималардан тұратын, әрқайсысының ауданы A_i және меншікті салмақ центрлерінің координаталары y_{C_i}, z_{C_i}) статикалық моменттері тең:

$$S_z = \sum y_{C_i} \cdot A_i, \quad S_y = \sum z_{C_i} \cdot A_i$$

Яғни, қиманың кез – келген осінен алынған **статикалық моменті** оның барлық ауданын осы оське дейінгі салмақ центрінің қашықтығының көбейтіндісіе тең. Осы қатынастан дененің **салмақ центрінің координатасын** табуға болатын формула шығады:

$$y_C = \frac{S_z}{A} = \frac{\sum y_{C_i} \cdot A_i}{\sum A_i} \quad z_C = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum z_{C_i} \cdot A_i}{\sum A_i}$$

Көріп отырғандай, қиманың салмақ центрінен өтетін осьтер арқылы алынған статикалық моменттері нөлге тең. Аталған осьтер **орталық осьтер** деп аталады. Орталық осьтердің қиылысқан жері **қиманың салмақ центрі** болады. Сондықтан статикалық моменттер координаталар жүйесіне тәуелді. Координата жүйесі орын ауыстырса, статикалық моменттердің мәндері де өзгереді; моменттер СИ жүйесінде: $\text{см}^3, \text{м}^3$ өлшенеді.

Қиманың осьтік инерция моменттері. Қиманың статикалық моменттерін есептеген интегралдан басқа, осыған ұқсас тағы бірнеше интегралдарды қарастырайық:

$$\int_A y^2 dA = I_z$$

$$\int_A z^2 dA = I_y$$

Бірінші интегралда $m=2$, $n=0$, бұл « z » осі арқылы өтетін осьтік инерция моменті, ал екінші – « y » осі арқылы өтетін осьтік инерция моменті деп аталады.

Сонымен, **осьтік инерция моменті** деп қиманың элементар аудандарының dA барлық аудан A бойынша алынған сомасын берілген оське дейінгі қашықтығының квадратына көбейтіндісін айтады.

Центрден тепкіш инерция моменті

Егер $m=1$, $n=1$, онда интеграл қиманың центрден тепкіш инерция моментін сипаттайды

$$\int_A z y dA = I_{zy}$$

Қиманың координата осьтері арқылы алынған **центрден тепкіш инерция моменті** деп, оның элементар аудандарының dA барлық аудан A бойынша алынған сомасын сол осьтерге дейінгі қашықтыққа көбейтіндісін айтады. Егер y немесе z осьтерінің біреуі симметрия осі болатын болса, онда қиманың сол осьтерден өтетін центрден тепкіш күші нөлге тең болады.

Конструкцияны беріктікке және қатандыққа есептеуде қолданатын жоғарыда аталған геометриялық сипаттамалардан шығатын қосымша тағы да сипаттамалар бар.

Полярлық инерция моменті. Төмендегі қатынасты полярлық инерция моменті деп атайды:

$$I_p = I_z + I_y$$

немесе:

$$I_p = I_z + I_y = \int_A y^2 dA + \int_A z^2 dA = \int_A (y^2 + z^2) dA = \int_A \rho^2 dA$$

Қиманың полярлық инерция моменті деп, оның белгілі бір полюстік нүкте (относительно некоторой точки - полюса) арқылы толық ауданы бойынша алынған элементар аудандардың dA сомасын полярлық нүктеге дейінгі қашықтығының квадратына көбейтіндісін айтады ($\rho^2 = y^2 + z^2$).

$$I_p = \int_A \rho^2 dA$$

СИ жүйесінде инерция моменттерінің өлшемі – m^4

Қиманың кедергі моменті - W (момент сопротивления). Қиманың белгілі бір осі арқылы алынған кедергі **моменті** – сол ось арқылы алынған

инерция моментін осьтің ең алыс нүктесіне дейінгі (y_{max} немесе z_{max}) қашықтығына бөлгендегі шамаға тең.

$$W_z = \frac{J_z}{y_{max}} \quad W_y = \frac{J_y}{z_{max}}$$

СИ жүйесінде кедергі моментінің өлшемі – м³

Инерция радиусы. Қиманың инерция радиусы төмендегі қатынастан табылады:

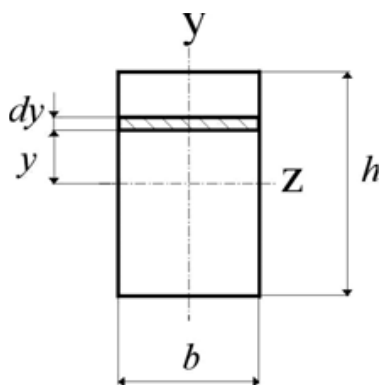
$$i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$$

СИ жүйесінде инерция радиусы өлшемі – м.

2.2 Қарапайым фигуралардың геометриялық сипаттамаларын анықтау мысалдары.

Төртбұрыштың осьтік инерция моментін анықтау. Ол үшін төртбұрышты z өсіне параллель (2.2 - сурет) ені b және биіктігі dy элементар аудандарға бөлеміз. Сонда элементар төртбұрыштың ауданы тең $dA=b \cdot dy$ тең болады (штрихталған). Енді инерциялық моменттің формуласына dA мәнін қойып жазсақ төртбұрыштың z осі бойынша инерция моменті тең болады:

$$I_z = \int_A y^2 dA = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 b dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-h/2}^{h/2} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$



Осыған ұқсас төртбұрыштың y өсі арқылы осьтік инерция моменті

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$$

Осы жолмен басқа да қарапайым фигуралардың геометриялық сипаттамаларын анықтауға болады

2.2- сурет

Шеңбердің инерциялық моментін анықтау. Ол үшін алдымен шеңбердің полярлық инерция моментін I_p табу ыңғайлы. Әрі қарай шеңбердің $I_z = I_y$, ал $I_p = I_z + I_y$, ескере отырып анықтаймыз: $I_z = I_y = I_p / 2$.

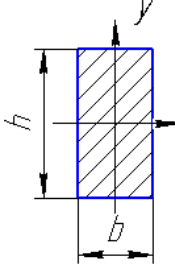
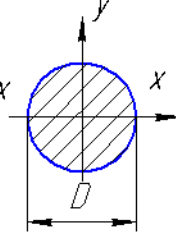
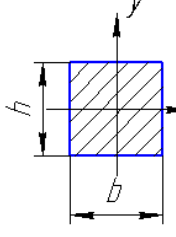
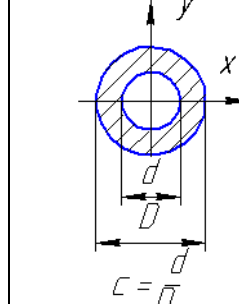
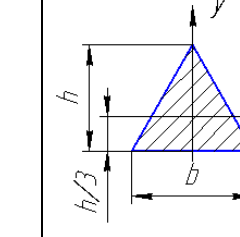
Шеңберді өте шағын шексіз қалыңдығы dr және радиусы r шеңберлерге (сақина тәріздес) бөлсек мұндай шағын шеңберлердің ауданы $dA=2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$ болады. Енді dA мәнін I_p өрнегіне қойсақ және интегралдасақ онда дөңгелек қиманың полярлық инерция моменті шығады:

$$I_p = \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_0^{D/2} \rho^2 \cdot 2\pi r dr = 2\pi \frac{\rho^4}{4} \Big|_0^{D/2} = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$I_z = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi D^4}{64}$$

Төмендегі кестеде жоғарыдағы әдістемелер бойынша есептелеген қарапайым қималардың инерция моменттері келтірілген.

Кесте 2.1 Қарапайым фигуралардың геометриялық сипаттамалары

Қиманың түрлері	Тік төртбұрыш	Дөңгелек (круг)	Шаршы (квадрат)	Сақина (кольцо)	Теңбүйірлі үшбұрыш
			 $b = h$	 $c = \frac{D}{2}$	
I_x	$\frac{bh^3}{12}$	$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}$	$I_x = I_y = \frac{b^4}{12}$	$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - c^4)$	$\frac{bh^3}{36}$
I_y	$\frac{hb^3}{12}$				$\frac{hb^3}{48}$

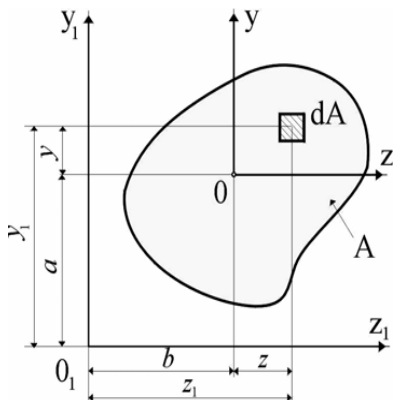
2.3. Параллель осьтердегі инерция моменттерін есептеу.

Кез – келген қиманың орталық z және y осьтері арқылы инерция моменттерін белгілі дейік (2.3 сурет):

$$I_z = \int_A y^2 dA$$

$$I_y = \int_A z^2 dA$$

$$I_{zy} = \int_A zy dA$$



2.3-сурет

«Жаңа» координата жүйесіндегі кез келген нүктені z_1, y_1 ескі координата жүйесі (z, y) арқылы өрнектесек:

$$z_1 = z + b; \quad y_1 = y + a$$

Табылған z_1, y_1 мәндерін жаңа осьтердегі инерция моменттері формулаларына қойсақ және әр мүшені интегралдасақ:

$$I_{z_1} = \int_A y_1^2 dA = \int_A (y + a)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2a \int_A y dA + a^2 \int_A dA$$

$$I_{z_1} = I_z + 2aS_z + a^2A$$

Осьтер z және y – орталық болғандықтан $S_z=0$.

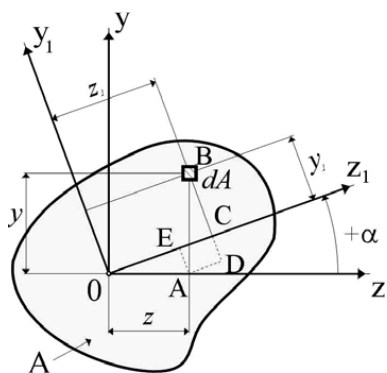
Сонымен, осьтерді параллель жылжытқанда инерция моменттері мына түрге келеді:

$$I_{z_1} = I_z + a^2A \quad I_{y_1} = I_y + b^2A \quad I_{y_1z_1} = I_{yz} + abA$$

2.4. Координата осьтерін бұрғанда инерция моменттерін есептеу

Кез – келген қиманың орталық осьтері z , y арқылды жазылған инерция моменттері белгілі болсын (2.4 - сурет):

$$I_z = \int_A y^2 dA; \quad I_y = \int_A z^2 dA; \quad I_{zy} = \int_A zy dA$$



z , y осьтерін сағат тіліне қарсы α бұрышына бұрайық, өстердің айналу бұрышын оң деп есептейміз.

Табу керек инерция моменттерінің «жаңа» бұрылған z_1 , y_1 бағыттағы мәндерін:

$$I_{z_1} = \int_A y_1^2 dA; \quad I_{y_1} = \int_A z_1^2 dA; \quad I_{z_1y_1} = \int_A z_1y_1 dA$$

2.4- сурет

«Жаңа» координата жүйесіндегі z_1Oy_1 элементар ауданды dA «ескі» координата жүйесі арқылы өрнектесе:

$$z_1 = OC = OE + AD = z \cdot \cos\alpha + y \cdot \sin\alpha$$

$$y_1 = BC = BD - EA = y \cdot \cos\alpha - z \cdot \sin\alpha$$

Табылған мәндерді жаңа осьтердегі инерция моменттерінің формулаларына қойып, әр мүшені интегралдаймыз:

$$I_{z_1} = \int_A y_1^2 dA = \int_A (y \cdot \cos\alpha - z \cdot \sin\alpha)^2 dA =$$

$$= \cos^2\alpha \int_A y^2 dA - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha \int_A z \cdot y dA + \sin^2\alpha \int_A z^2 dA =$$

$$= I_z \cdot \cos^2 \alpha + I_y \cdot \sin^2 \alpha - I_{zy} \cdot \sin 2\alpha$$

Осындай өрнектерді басқа инерция моменттері бойынша алып, координата осьтерін бұрғанда инерция моменттерінің формулаларын жазамыз:

$$I_{z_1} = I_z \cdot \cos^2 \alpha + I_y \cdot \sin^2 \alpha - I_{zy} \cdot \sin 2\alpha \quad 2.1$$

$$I_{y_1} = I_y \cdot \cos^2 \alpha + I_z \cdot \sin^2 \alpha + I_{zy} \cdot \sin 2\alpha \quad 2.2$$

$$I_{z_1 y_1} = \frac{I_z - I_y}{2} \cdot \sin 2\alpha + I_{zy} \cdot \cos 2\alpha \quad 2.3$$

Егер бастапқы екі теңдеуді қойсақ, онда полярлық инерция моментінің формуласы шығады: яғни полярлық инерция моменті координата осін бұрғаннан өзгермейтіні көрінеді

$$I_{z_1} + I_{y_1} = I_z + I_y = I_p$$

2.5. Бас осьтер және бас инерция моменттері

Осы уақытқа дейін кез – келген координата жүйесіндегі геометриялық сипаттамаларды қарастырдық. Бірақ тәжірибеде көбінесе геометриялық сипаттамалары аз координата жүйесі көп қолданады. Мұндай координаталық жүйе бас осьтер арқылы беріледі. Сондықтан бас осьтер және бас инерция моменттер ұғымымен танысайық.

Бас осьтер. Бір-біріне перпендикуляр, ал олар арқылы алынған центрден тепкіш инерция моменті нөлге тең, сонымен қатар осьтік инерция моменттері экстремалдық мәнге ие (максимум және минимум) осьтер **бас осьтер** деп аталады.

Қиманың салмақ центрінен өтетін осьтер **орталық бас осьтер** деп аталады.

Қиманың бас осьтер арқылы инерция моменттері **бас инерция моменттері** деп аталады. .

Орталық бас осьтерді «*u*» және «*v*» әріптерімен белгілейік; бас инерция моменттері: I_u және I_v ($I_{uv}=0$). $I_{uv}=0$ тең болғандықтан бас осьтің және бас инерция моментінің мәндерін мына теңдеулер арқылы табуға болады:

$$I_{uv} = \frac{I_z - I_y}{2} \cdot \sin 2\alpha + I_{zy} \cdot \cos 2\alpha_0 = 0 \quad (2.4)$$

осыдан

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{zy}}{I_z - I_y}$$

α_0 бұрышы бас осьтердің кез – келген z және y орталық осьтері арқылы алынған қалпын көрсетеді. α_0 z және y осьтерінің ортасында орналасады және сағат тіліне қарсы бағытталса оң болады α бұрышын (2.1) және (2.2) өрнектерінен шығарып тастасақ (2.5 өрнегімен), бас осьтік инерция моментін анықтайтын формула шығады:

$$I_{\min}^{\max} = \frac{I_z + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_z - I_y)^2 + 4 \cdot I_{yz}^2}$$

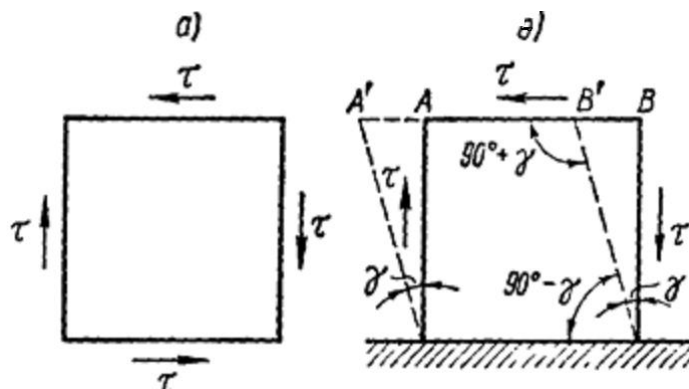
Бақылау сұрақтары:

1. Қиманың статикалық моменті деген не?
2. Қиманың осьтік инерция моменті деген не?
3. Қиманың полярлық инерция моменті деген не?
4. Қиманың осьтік кедергі моменті деген не?
5. Қиманың полярлық қарсыласу (кедергі) моменті деген не?
6. Қиманың инерция радиусы деген не?
7. Қиманың осьтері өзгергенде таңбасы қандай өзгереді?
8. Күрделі фигуралардың салмақ центрінің координатасы қалай анықталады?
9. Тік төртбұрыштың, үшбұрыштың, шеңбердің орталық осьтен алынған инерция моменттерінің формулаларын жазып беріңіз.

2.6. Ығысу.

Сырықтың көлденең қимасын қиып тұсуші күштің әсерінен пайда болатын деформация түрін *ығысу* деп атайды, қимада бұл кезде басқа ішкі күштер факторлары болмайды.

Мұндай жағдай сырықтың екі жағында қарама - қарсы және өте жақын бағытталған күштердің түсуінен болады (2.5 а, б- сурет). Күштердің әсерінен сырық жазық қимамен кесіліп түсуге бейім. Кесіліп түсудің алдында сырықта ығысу деформациясы (сеткідегі тік бұрыштардың бұзылып, параллелепипедке айналуы) пайда болады. Сонымен қатар, (бөліп көрсетілген) элементтің қималарында жанама кернеу τ пайда болады. Бөліп көрсетілген элементтің қимасында тек қана жанама кернеудің пайда болуын *таза ығысу* деп атайды.



2.5 – сурет. Ығысу кезіндегі деформация және ішкі күштер

2.5, а- суретте көрсетілген кернеулік жағдай *таза ығысу*. Элементар параллелепипедтің қабырғаларының ұзындығы өзгермейді, тек қана олардың

бүйір қабырғаларың арасындағы бұрыштары өзгереді: бұрынғы тік бұрыштары енді $90^\circ + \gamma$ және $90^\circ - \gamma$ болады.

Таза ығысу деформациясы нәтижесінде әрбір бүйір қабырғасы қарама – қарсы қабырғаларымен салыстырғанда AA^1 шамасына орын ауыстырады. Бұл абсолюттік орын ауыстыру болып табылады. Абсолюттік орын ауыстырудың қабырғалар арасындағы қашықтыққа қатынасын *салыстырмалы ығысу (относительный сдвиг)* деп атайды. Ығысу деформациясы аз мөлшерде болғанда салыстырмалы ығысудың шамасы ығысу бұрышына тең болады. Абсолюттік ығысудың өлшемі ұзындықтың өлшемі сияқты, ал салыстырмалы ығысу - өлшемсіз шама. Ығысу бұрышы, тәжірибеде жанама кернеуге тура пропорционал қатынаста болады.

γ және τ арасындағы тәуелділік ығысу кезіндегі Гук заңы деп аталады және мына өрнекпен жазылады:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad \text{немесе} \quad \tau = \gamma G;$$

Гук заңы ығысу деформациясы пропорционалдық шектен шықпаған жағдайда орындалады. Формуладағы G коэффициенті ығысу модулі немесе екінші типтегі ығысу модулі деп аталады, ол материалдардың серпімділік модулі E сияқты паскаль, мегапаскальмен өлшенеді.

Серпімділік модулі мен ығысу модулінің арасында мынадай байланыс бар:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \approx 0,4E,$$

мұнда μ – Пуассона коэффициенті.

2.7 Ығысу кезіндегі Гук заңы.

Таза ығысудың тағы бір мысалы 2.6- суретте көрсетілген. Мұндай жағдай күштердің әсерінде тұрған элементтің екі жағынан қарама - қарсы және өте жақын орналасқан күштердің әрекетінен болады. Конструкция элементі жазық қимамен кесіліп түсуге бейім тұр. Кесіліп түсудің алдында элементте ығысу деформациясы пайда болады (сеткідегі тік бұрыштардың бұзылып, параллелепипедке айналуы, 2.6 а,б- сурет). Сонымен қатар, бөліп көрсетілген элементтің қимасында тек қана жанама кернеу пайда болады (2.6 -суретте қарайтылып көрсетілген). Бұл таза ығысуды сипаттайды

Енді элементтің кесіліп тасталған оң жағының тепе – теңдігін қарастырайық. Бөлініп тасталған сол жағының оң жаққа әсерін ішкі серпімділік күштермен ауыстырайық. Тепе – теңдік теңдеуін жазып ($\Sigma Y = 0$), қимада тек қана қиып түсуші күш бар екенін көреміз $Q_y = F$.

Бұл күш жанама күштердің теңестіруші күші болып табылады.

$$Q_y = \int_A \tau_y dA.$$

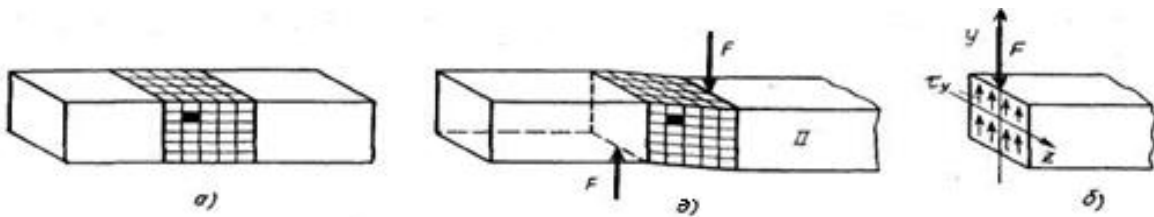
Жанама күштер қимада A (ауданда) бірқалыпты орналасты десек, онда :

$$\tau_y = Q_y / A = F / A. \quad (5.2)$$

Тәжірибеден белгілі: серпімді деформация шегінде ығысу шамасы a ығысу күшіне F және ығысу биіктігіне h тура пропорционал, ал қиманың ауданына кері пропорционал. Егер теңдікке материалдың қасиетіне байланысты болатын пропорционалдық коэффициент G енгізсек, онда ығысудағы серпімділік заңы төмендегідей болады:

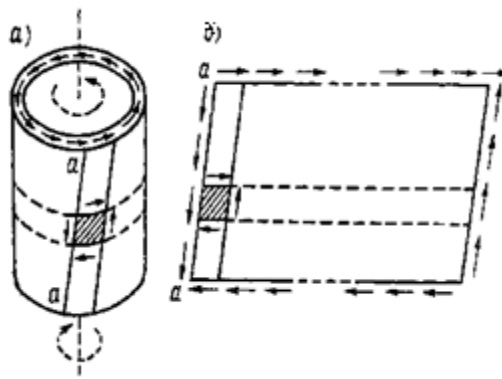
$$a = \frac{Fh}{GA},$$

Мұнда GA — қиманың ығысудағы қаттылығы.



2.6 - сурет

Таза ығысу мысалына бұралу кезіндегі жұқа қабырғалы құбырды жатқызуға болады (2.7 - сурет). Құбырдың шеткі қималарын салыстырмалы бұрсақ, оның сыртқы қабырғаларын жасаушы түзулердің көлбеуленгенін көреміз, қабырғалар ығысу деформациясына ұшырайды. Қабырғаны $a-a$ бойымен ойша тілсе, онда құбыр таза ығысуға ұшыраған пластина түрінде болады (2.7, а, ә - сурет).



2.7 - сурет

Мұндай конструкцияның жанама кернеуі: $\tau = \frac{m}{2\pi R^2 \delta}$,

мұнда: R – цилиндрдің радиусы;

δ – цилиндрдің қабырғасының қалыңдығы.

2.8 Ығыса деформацияланған конструкция элементтерін беріктікке есептеу

Бұрандамамен (болтпен) біріктірілген қосылыстарды есептеу тәртібі. Мұндай қосылыстарда сыртқы күш біркелкі таралады деп есептеледі және қиылудың беріктік шарты мына түрде жазылады:

$$\tau = \frac{Q}{F_k} \leq [\tau_k],$$

F_k – қиманың ауданы;

$$\tau = \frac{Q \times 4}{n_t * n_k \pi * d^2} \leq [\tau_k],$$

мұнда n_t , n_k - бұрандамалар (болттар) немесе тойтармалар (заклепқалар).

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{n_t * n_k \pi}},$$

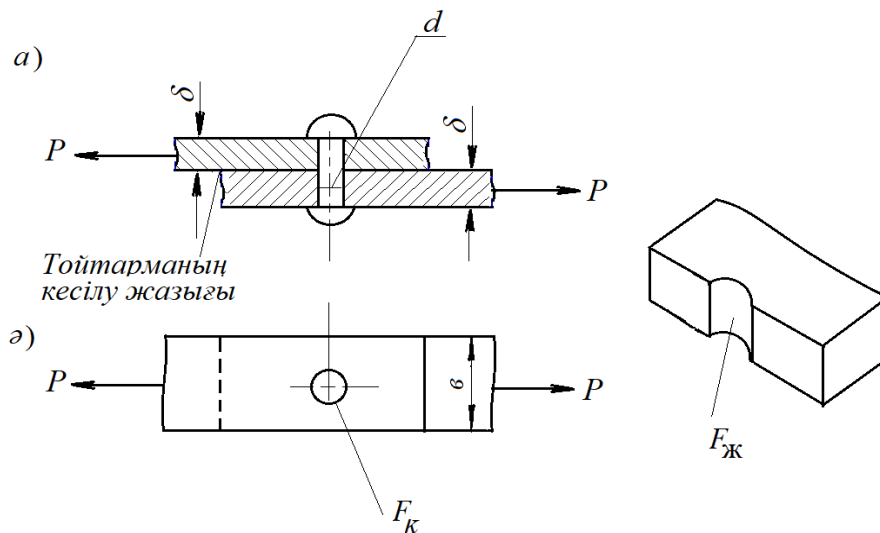
n_t – тойтарма немесе бұрандамалар саны.

n_k – қиылу жазықтығының саны;

τ_k – қиылудың мүмкін кернеуі;

d – бұрандамалар диаметрі.

Бұрандамалар (болттар) немесе тойтармалы қосылыстар, сондай – ақ қосылатын элементтер, тойтармалардың жанасу беттері жаншылуға есептеледі. Жаншылу (смятие) деп жанасу беттерінде пайда болатын пластикалық деформацияны айтады.



2.8 – сурет

Жаншылуудың (смятие) беріктік шарты келесі формуламен жазылады :

$$\sigma_{\text{ж}} = \frac{Q}{F_{\text{ж}}} \leq [\sigma]_{\text{ж}}$$

немесе

$$\sigma_{\text{ж}} = \frac{Q}{\delta \cdot d} \leq [\sigma]_{\text{ж}},$$

осыдан

$$d = \frac{Q}{[\sigma_{ж}] \delta}$$

$F_{ж} = \delta \cdot d$ – жаншылу бетінің ауданы; δ – қосылатын элементтің қалыңдығы, d – болт немесе тойтарманың диаметрі.

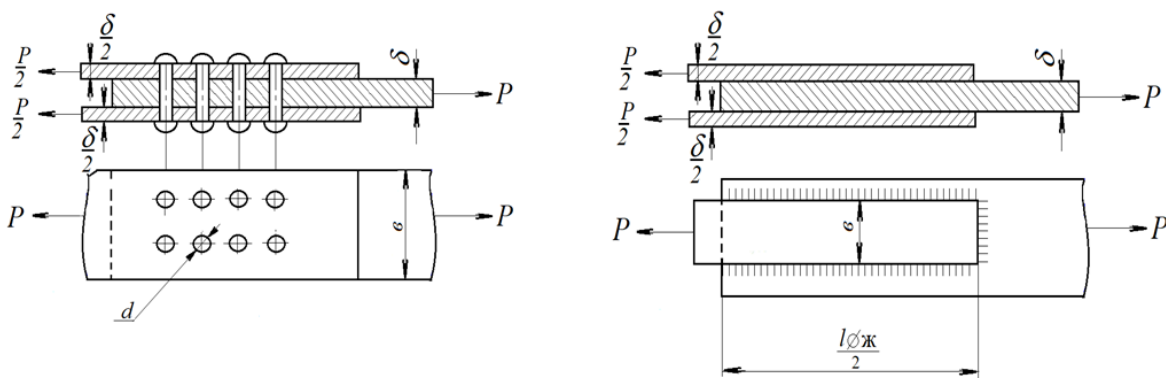
Жаншылудың мүмкін кернеуі тәжірибе жүзінде анықталады. Кесілу мен жаншылуға есептеліп табылған, тойтарманың немесе бұрандаманың диаметрінің үлкені қабылданады.

Бақылау сұрақтары:

1. Ығысу деформациясын құрастырушы күштері қандай?
2. Ығысу деформациясы қалай пайда болады?
3. Тойтармалар қандай деформацияларға есептеледі?
4. Қиылу деформациясын қарастырғанда қандай жеңілдіктер қарастырылған?
5. Қиылу кезінде жанама кернеу қандай формуламен есептеледі?
6. Қиылу кезіндегі беріктік шарты қандай?
7. Ығысу кезіндегі Гук заңы қандай? .
8. Ығысу кезінде элементтің қаттылығы деген не?
9. Тойтарманың ауданы жаншылуға қалай есептеледі?
10. Жаншылу кезінде қандай формуламен тік кернеу қалай анықталады?
11. Тойтарманың жаншылуға беріктік шарты қандай ?
12. Шовтың (жіктің) беріктігі төмен қимасы қалай анықталады?
13. Дәнекерлеу шовтарының беріктік шарты қандай?

2.9 Тойтармалы қосылыстарды есептеуге мысалдар.

Мысал 1. 2.9,а - суреттегі көрсетілген тойтармалы және пісірумен қосылыстардың беріктігін тексеру керек. Жаншылудың мүмкін кернеуі $[\sigma] = 280$ МПа, қиылудың мүмкін кернеуі $[\tau_k] = 100$ Мпа; $n = 8$; $P = 0,1$ МН; $d = 10$ мм; $\delta = 15$ мм.



Сурет 2. 9

Шешімі: Тойтарманың (заклепканың) қиылуға қарсыласу қабілетін тексерейік:

$$\tau = \frac{P}{n_t * n_k \pi d^2 / 4} \ll [\tau_k],$$

$$\tau = \frac{0,1 \cdot 4}{2 \cdot 8 \cdot 3,14 \cdot 0,01^2} = 83,3 < [100],$$

формуладағы «2» қиылу жазықтығының саны.

Қосылатын элементтер материалдарының жаншылуға қарсыласу қабілеті:

$$\sigma_{ж} = \frac{P}{n_t \cdot \tau \cdot d} = \frac{0,1}{8 \cdot 0,015 \cdot 0,01} = 84 < [280];$$

Демек қосылыстың беріктігі қамтамасыз етілген.

Мысал 2. 2.9, ә – суретте берілген элементтерді жалғау үшін дәнекерлейтін жіктердің ұзындығын анықтау керек. Жіктердің қиылуының мүмкін кернеуі $[\tau]_э = 100$ МПа, $P = 0,8$ МН, $\delta = 15$ мм, $b = 200$ мм

Шешімі: Жіктер шеткі және қарсы жіктерден тұратындықтан

$$L_{жік} = 4 l_{ш.ж.} + 2 l_{к.ж.}, \text{ мұндағы } l_{к.ж.} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ м.}$$

Жіктердің қарсыласу күші $P = P_{ш.ж.} + P_{к.ж.}$. Беріктік шарттары бойынша:

$$\tau_{шж} = \frac{P_{шж}}{4 \cdot 0,76 \cdot l_{шж}} \leq [\tau_э],$$

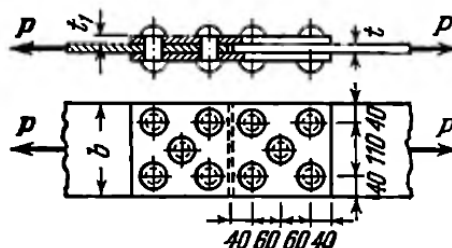
$$\tau_{кж} = \frac{P_{кж}}{4 \cdot 0,76 \cdot l_{кж}} \leq [\tau_э],$$

$$P_{ш.ж.} = 2,8 \cdot \delta \cdot l_{шж} \cdot [\tau_э], \quad P_{к.ж.} = 1,4 \cdot \delta \cdot l_{кж} \cdot [\tau_э];$$

осыдан

$$l_{ш.ж.} = \frac{1,4 \cdot \delta \cdot l_{кж} \cdot [\tau_э]}{2,8 \cdot \delta \cdot [\tau_э]} = 0,09 \text{ м.}$$

Мысал 3. Қалыңдығы $t = 10$ мм екі қаңылтыр табақтың қосылысы сырт жағынан қалыңдығы $t_l = 6$ мм екі қаңылтыр табақшалармен тойтармалар арқылы бекітілген. Қосылыс 24 т. күшпен екі жағынан созылып тартылып тұр (2.10 - сурет). Табу керек $d = 20$ мм тойтармалар санын, егер тойтарманың мүмкін кернеуі қиылуға - $[\tau] = 1000$ кг/см², жаншылуға - $[\sigma_ж] = 2400$ кг/см² және қаңылтыр табағының созылуға мүмкін кернеуі $[\sigma] = 1600$ кг/см². Тойтармаларды қаңылтыр табағы бетіне орналастыру жоспарын құру керек.



Сурет 2.10

Шешімі: Тойтармалар екі жағынан қиылады. Қиылуға беріктік шарты бойынша қосылысты ұстап тұруға қажет тойтармалар саны болу керек:

$$n = \frac{P}{2 \frac{\pi d^2}{4} [\tau]} = \frac{2 \cdot 2400}{3,14 \cdot 2^2} \approx 4.$$

Жаншылуға беріктік шарты бойынша қажет тойтармалар саны:

$$n = \frac{P}{t d [\sigma_{ж}]} = \frac{24000}{1 \cdot 2 \cdot 2400} = 5.$$

Қосылыстың екі жағынан бес –бестен (5) тойтармалар қою керек.

Тойтармаларды қаңылтыр табағы бетіне орналастыруды жоспарлау үшін қаңылтыр табақтардың енін анықтау қажет. Созылуға беріктік шарты бойынша табақтың жұмысшы ауданы (рабочая площадь сечения листа) болуға тиіс :

$$F_{ж} \geq \frac{P}{[\sigma]} = \frac{24000}{1600} = 15 \text{ см}^2 .$$

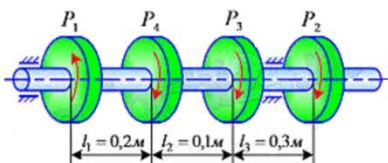
Қаңылтыр табақтың жұмысшы ені (тойтармалардың әсерінен жұмысшы енінің азайуын ескерегенде) болуға тиіс:

$$b_{ж} = \frac{F_{ж}}{t} = 15 \text{ см}$$

Қаңылтыр табақтың толық ені $b = b_{ж} + md$, мұнда m – көлденең қимадағы тойтармалар саны. Ені $b \geq 15$ см болса, табақты енінде кемінде $m = 2$ тойтарма болу керек. Сонда табақтың енінің беріктігі екі тойтарма тесігімен азайтылған және оның толық енін былай деп алуға болады: $b = 15 + 2 \cdot 2 = 19$ см.

Бес тойтарманы табақ бетіне шахмат түрінде орналастырған дұрыс. Тойтармалардың қадамын $a = 3d$ деп алып және тойтармалардың өсінен темір табақтың шетіне дейін $c = 2d$ деп алып тойтармаларды суретте көрсетілгендей орналастырамыз.

2.10 Бұралу



Жалпы түсініктер. Бұралу деп сырықтың бойында тек қана бұралу моментін туғызатын жүктеме түрін айтады. Басқа күш факторлары (ию моменттері, тік және көлденең күштер) нөлге тең.

Бұралу моменті машина валдарында, винттік (винтовые) пружиналарда, кеңістіктегі (пространственные) конструкция элементтерінде және т.б. констркцияларда жиі кездеседі (2.10- сурет). Вал бұралу моментін қозғалтқыш күшке айналдырады.

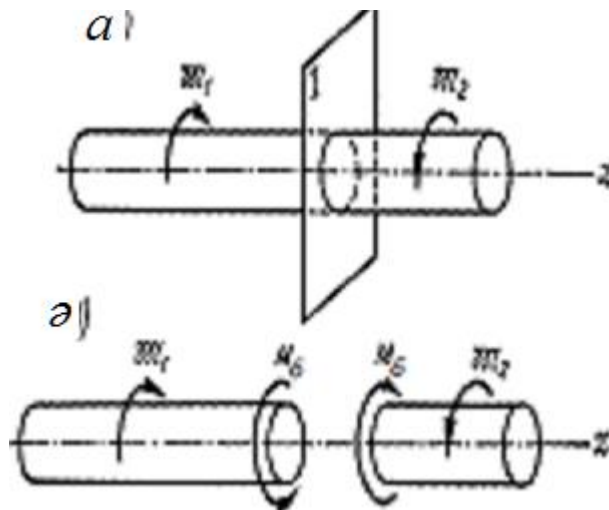
Бұралу моменті әдебиеттерде M_b (орыс әдебиеттерінде M_k) - деп белгіленеді. Бұралу моментін (мысалы валдың) есепке алу үшін, вал бірқалыпты жұмыс істеп тұрғанда, оған әсер етуші барлық сыртқы бұраушы моменттердің алгебралық сомасы нөлге тең болуға тиіс деп есептейді.

Сонымен қатар, бұраушы моменттің қуаты машинаның беретін қуатына тең және валдың айналым жылдамдығына байланысты өзгертінін ескереді.

Егер вал минутына n айналым жасаса, онда валдың 1сек.айналу бұрышы радианмен есептегенде: $\omega = 2\pi \left(\frac{n}{60}\right)$ немесе $\frac{\pi n}{30}$; Бұраушы моменттің (M_6) 1 сек. жұмысы, валдың 1сек. беретін қуатына тең деп есептесек: $N = M_6 \cdot \frac{\pi n}{30}$ Сонда валдың беретін қуаты бұраушы момент пен валдың бұралу бұрышының (радианмен) көбейтіндісіне тең $N = M_6 \omega$, яғни $M_6 = \frac{30 N}{\pi n}$;

Егер қуат ат күшімен берілсе $M_6 = \frac{30 \cdot 75 \cdot N}{\pi n} = 716,2 \frac{N}{n}$ кг·м алынады, ал егер киловатпен берілсе, 1 а.к. = 0,736 квт ескеріп $M_6 = 973,6 \frac{N}{n}$ кг м деп жазылады.

Валдың көлденең қимасында бұраушы моменттің әрекетінен пайда болатын ішкі бұралу моменттерінің шамасы **қима әдісімен** анықталады. Валға түсіп тұрған моменттерді ажырату үшін төмендегі суретті қарастырайық.

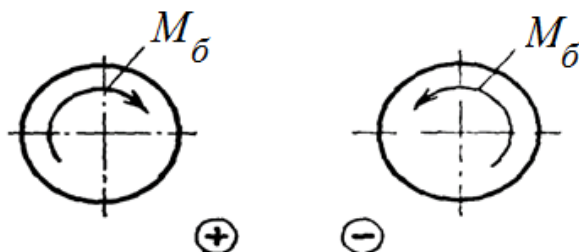


2.12 - сурет

Мысалы, сырыққа (валға) екі сыртқы бұрау моменті әсер етіп тұр (2.12- сурет). Валдың тепе - теңдік шарты бойынша олар бір біріне тең және қарама - қарсы бағытталған: ($\sum M = 0$). Суретте көрсетілгендей валдың кез - келген көлденең қимасындағы (екі сыртқы бұраушы моменттердің арасындағы) бұралу моменті M_6 сыртқы бұраушы моментке тең. Айта кету керек валға бірнеше сыртқы моменттер әрекет етіп тұрған күрделі жағдайда, көлденең қиманың әртүрлі бөліктерінің бұралу моменттері бірдей болмайды.

Қима әдісін пайдаланып, валға әсер етуші бұралу моменттерін есепке алу үшін мынадай тұжырым жасалады: Валдың кез - келген қимасындағы бұралу моменті шамасы жағынан қарастырып отырған қиманың бір жағындағы сыртқы бұраушы моменттердің алгебралық сомасына тең. Бұралу моментінің оң немесе теріс болуы есептің нәтижесіне әсерін тигізбейді. Бірақ бұрау моментінің эпюрасын сызуға оңай болу үшін мынадай ереже қабылданған.

Егер сырықтың (валдың) көлденең қимасына оны алып тастаған бөлік жақтан қараса, және M_{σ} моменті сағат тілімен бағытталса, онда бұрау моменті оң таңбалы деп есептеледі. Ал қарама – қарсы бағытта болса – теріс таңба жазылады (2.13а,ә – сурет) .

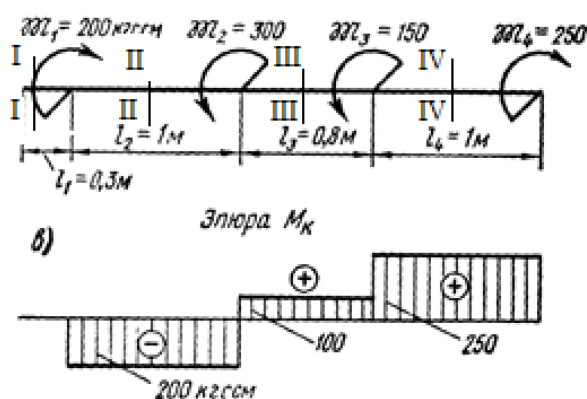


Сурет 2.13

Сырықтың (валдың) көлденең қималарында бұралу моментінен басқа жанама кернеулер да әрекет етеді. Олардың бағыты әр нүктеде қиманың радиусына перпендикуляр, ал шамасы сол нүктеден қиманың центріне дейінгі қашықтыққа тура пропорционал болады. Қиманың орталығында жанама кернеу нөлге тең, ал ең шетінде максималды мәнге жетеді.

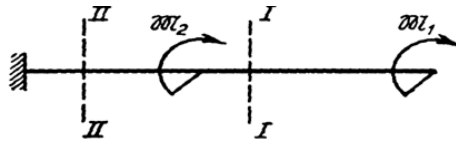
2.14 –суретте валға төрт бұраушы моменттер түсіп тұр. Қима 1-1 бұралу моменті M_{16} шамасы сыртқы моментке \mathfrak{W}_1 тең және қабылданған ереже бойынша, теріс таңбалы. Қима 2-2 бұралу моменті шамасы жағынан \mathfrak{W}_1 және \mathfrak{W}_2 айырмасына тең; яғни $[M_{26}] = [\mathfrak{W}_1 - \mathfrak{W}_2]$, ал олардың таңбалары осы моменттердің шамаларына байланысты, егер $\mathfrak{W}_1 > \mathfrak{W}_2$ онда M_{26} оң (+), ал керісінше болса теріс (-).

Қима 3-3 бұралу моментінің абсолюттік шамасын былай есептеуге болады: $[M_{36}] = [\mathfrak{W}_1 - \mathfrak{W}_2 - \mathfrak{W}_3]$; Сонымен қатар бұл моментті \mathfrak{W}_4 арқылы да табуға болады, оның таңбасы оң болады.



2.14- сурет

Бір жағы қатаң бекітілген, ал екінші жағы бос сырықтың көлденең қималарындағы бұралу моментін анықтауды әдетте бос жағынан бастайды. Бұлай анықтау бекітілген жақтағы сырықтың реактивті моментін есептемей, бұралу моментін анықтауға мүмкіндік береді (2.1 5- сурет).

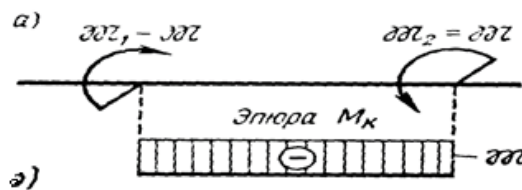


2.15 - сурет

Мысалы, 1-1 , 2-2 қималардағы бұралу моментін анықтағанда реактивті моментті есептемей – ақ келесідей жазуға болады:

$M_{16} = \mathfrak{M}_1$; $M_{26} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2$; Екі моменттер: M_{16} және M_{26} - оң таңбалы.

Бұралу моментінің шамасын, оның эпюрасын сызу арқылы көруге болады (2.16- сурет).



2.16 - сурет

Сонымен қима әдісі негізінде мынадай тұжырымдама жасауға болады:

Бұралу моменті эпюрасының ординатасы қабылданған масштаб бойынша сол қимада әрекет ететін бұраушы моменттің шамасына тең. Сыртқы момент әсер еткен қимадағы бұрау моментінің эпюрасының ординатасы сол моменттің мәніне тең шамаға (+/-) күрт өзгереді.

Айта кету керек, валды беріктікке қатаңдыққа есептегенде есепке алынатын бұралу моментінің шамасы, валға әсер етуші ең көп бұралу моментіне тең болмайды (2.14- сурет). Суретте ең үлкен сыртқы бұраушы моменті -300 Нм, ал абсолюттік шамасы бойынша есепке алынатын ең көп бұралу моменті - 250 Нм.

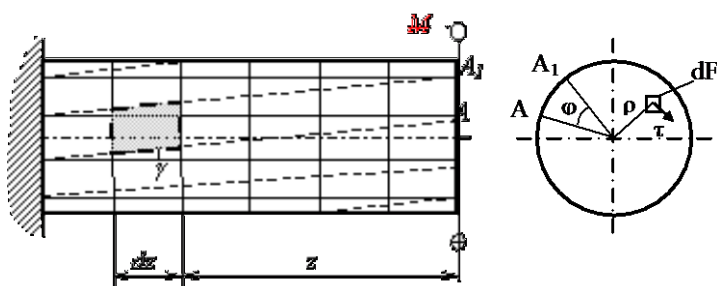
2.11 Бұралу кезіндегі көлденең қимадағы кернеулер

Тәжірибеден белгілі: егер сырықтың (валдың) сыртқы бетіне тік бұрышты торсызық (сетка) жүргізіп, ал оның шеткі жақ сырт бетіне (на торцевой поверхности) радиалды түзулер жүргізсек (2.17 - сурет), онда бұралу моментінің әсерінен мынандай өзгерістер болады:

- валдың бетіндегі түзу сызықтар барлығы бір бұрышқа (γ) бұрылады, ал торсызық параллелограммға айналады;
- шеткі қималар дөңгелек және жазық күйінде қалады, ал олардың ара қашықтықтары өзгермейді;
- әрбір қима келесі қимаға қарағанда салыстырмалы бір бұрышқа (φ), бұралу бұрышы деп атайтын бұрышқа бұрылады;
- сырықтың шеткі бетіндегі радиалды түзулер сол түзу қалпында қалады.

Аталған өзгерістер Бернуллидің жазық қималар гипотезасын қабылдауға болатынын көрсетеді. Бұралу моментінің әсерінен валда таза ығысу жағдайы пайда болады, ал валдың көлденең қималарында тек қана жанама кернеулер әрекет етеді, тік кернеулер нөлге тең.

Мысалға 2.17 - суреттегі валдың көлденең қимасын қарастырайық: қима валдың шеткі қимасынан z қашықтықта орналасқан, оның бұралу моменті $M_\phi = \frac{30N}{\pi n}$, бұл қозғалту күшінің қуаты $N = M_\phi \cdot \frac{\pi n}{30}$ теңдігінен шығады. Элементар ауданда (dF) элементар күш әрекет етеді, ол күш - τdF . Осы күштің шамасы валдың өсі арқылы алынған моментке тең: $(\tau dF) \cdot \rho$. Осыдан қимадағы бұралу моменті тең: $M_\phi = \int (\tau dF) \rho$.



2.17 – сурет

Валдың көлденең қимасында болатын жанама кернеулер мына заңға бағынады:

$$\tau = G\gamma = G\rho \frac{d\phi}{dz}. \quad (2.2)$$

(2.2) өрнектің мәндерін 2.1 формуласына қойып интегралдасақ жанама кернеу табылады:

$$\tau = \frac{M_\phi}{J_p} \rho$$

Сонымен, бұралу кезіндегі жанама кернеу қиманың салмақ центрі мен қарастырылып отырған нүктеге дейінгі қашықтыққа тура пропорционал (ρ) және қиманың салмақ центрінен бірдей қашықтықта орналасқан нүктелерде бірдей.

$$\tau_{\max} = \frac{M_\phi}{J_p} R$$

Полярлық инерция моментінің валдың радиусына қатынасы қиманың бұралудағы қарсыласу моменті немесе полярлық қарсыласу моменті деп аталады: $W_p = \frac{J_p}{R}$.

2.12 Бұралу кезіндегі беріктік және қатандық.

Бұралу кезінде көлденең қимадағы жанама кернеулердің радиуска перпендикуляр болатыны белгілі. Жанама кернеудің жұптық заңы бойынша дәл осындай кернеулердің бойлық қималарда болатыны да белгілі. Олар шамасы жағынан жұптық кернеулерге тең, бірақ таңбалары қарама – қарсы. Сонымен қатар, қиманың бағытын 45° - қа бұрғанда, жаңа аудандарда тік кернеулердің ($\sigma = \tau$) пайда болатынын еске ұстау керек.

Қорыта айтқанда, сырықтар (валдар) бұралғанда, оның беріктігі жанама кернеулерге тәуелді. Жанама кернеулердің ең үлкен мәні (τ_{\max}) сырықтың материалының кернеуіне тән - мүмкін керенуден аспау керек. Яғни, $\tau_{\max} \leq [\tau]$

немесе :

$$\frac{M_\phi}{W_p} \leq [\tau].$$

Бұл формула беріктік шарты деп аталады және осы арқылы бұралатын валдың диаметрін табуға болады:

$$W_p = \frac{M_6}{[\tau]} \quad D = \sqrt{\frac{16 M_6}{\pi [\tau]}}$$

Бұралып тұрған сырықтың беріктігімен қатар, олардың қатаңдығын талап ететін кездер де болады. Бұл кезде, материалға байланысты, шектеу бұралу бұрыштары беріледі: $[\theta]$ немесе $[\varphi]$. Осыған байланысты қатаңдық шарттары тұжырымдалады.

Бұралу деформациясы және қаттылық шарты

Бұралу бұрышы:

$$\varphi = \int_0^z \frac{M_6}{GJ_p} dz$$

Егер валдың ұзындығы бойынша $M_6 = const$ және $GJ_p = const$ болса, онда:

$$\varphi = \frac{M_6}{GJ_p}$$

мұнда GJ_p - валдың бұралғанда қаттылығы.

Бір өлшем ұзындыққа тең бұралу бұрышы *салыстырмалы бұралу бұрышы* деп аталады:

$$\Theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_6}{GJ_p} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Валдың қажетті қаттылығын қамтамасыз ету үшін, ең үлкен салыстырмалы бұралу бұрышы мүмкін болатын бұралу бұрышынан аспау керек.

$$\Theta = \frac{M_6}{GJ_p} \leq [\Theta]$$

Бұл формула валдың бұралғандағы қаттылығын өрнектейтін шарт. Әдетте оның шамасы $[\theta] = 0,5^\circ$ бір метр ұзындыққа деп алынады.

Бақылау сұрақтары:

1. Бұралу моменті қандай жағдайда пайда болады?
2. Қандай момент бұралу моменті деп аталады?
3. Қима тәсілі негізінде қандай тұжырым жасалады?
4. Жанама кернеу қалай анықталады?
5. Жанама кернеу қиманың бойында қандай заңдылықпен өзгереді?
6. Қиманың қаупті аймағы және қаупті нүктесі деген не?
7. Бұралу кезіндегі валдың беріктік шарты қалай жазылады?
8. Қиманың бұралу бұрышын анықтайтын формуланы жазып беріңіз .
9. Ең үлкен салыстырмалы бұралу бұрышын анықтайтын формуланы жазып беріңіз.
10. Бұралу кезінде валдың көлденең қимасындағы максималды жанама кернеу қандай формуламен анықталады?

2.13 Мысалдар

Түсініктеме. Бұралу үдерісінде статикалық жүктемеде тұрған сырықты (валды) беріктікке және қатаңдыққа есептегенде негізінен екі мәселе шешіледі.

Біріншіден сырықтың бұралу моментінен (M_6) – пайда болатын кернеу (σ) анықталады, екіншіден сырықтың (валдың) бұралу бұрышын анықталады.

Есептерде әдетте валға берілетін қозғалтқыш күштің қуаты (N) белгілі болады, ал сыртқы бұрау моменті есептеу кезінде анықталады. Бұрау моменттері әдетте валдың шкифтер, тісті доңғалақтар, т.б. орналасқан жерлеріне түсіріледі.

Кейбір жағдайларда сыртқы бұрау моменттерінің шамасы машина қозғалтқышының қуатымен және валдың айналым жылдамдығымен анықталады. Егер вал минутына n айналым жасаса, онда оның 1 сек.радианмен өлшенген айналу бұрышы бұралу моментінің – M_6 бір сек. жұмысына тең, яғни, валдың беретін қуаты N , бұралу моменті мен бұралу бұрышының (радианмен) 1 сек. көбейтіндісіне тең.

Мысал 1. Іші қуыс болат вал (полый вал), сыртқы $d_1 = 100$ мм, ішкі диаметрі $d_2 = 50$ мм, жылдамдығы 80 айналым/ мин айналады; 2,7 м ұзындықта $1,8^\circ$ градуска бұралады. Вал қандай қуат береді? Валдағы ең үлкен жанама кернеу қандай?

Шешімі. Бізге белгілі $N = \frac{M_6 \pi n}{225000}$; $M_6 = \frac{\varphi J_p G}{l}$, $J_p = \frac{15}{32} \pi r^4$,

Сондықтан былай жазуға болады:

$$N = \frac{\pi 15 r^4 G \pi n}{100 \cdot 32 l \cdot 225000} = \frac{\pi^3 15 \cdot 5^4 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 80}{100 \cdot 32 \cdot 270 \cdot 225000} = 95,6 \text{ ат.күш. (л.с.)}$$

Жанама кернеу мына формуладан анықталады:

$$\tau_{max} = \frac{M_6 \cdot r_1}{J_p} = \frac{\varphi \cdot G r_1}{l} = \frac{\pi 8 \cdot 10^5 \cdot 5}{100 \cdot 270} = 466 \text{ кг/см}^2$$

Жауабы: 95,6 ат.күш, 466 кг/см²

Мысал 2. Қимасы толық болат валдың диаметрін табу керек, егер оның бұрау моменті $M_6 = 1,6$ тм, ығысу кезіндегі мүмкін кернеуі $[\tau] = 800$ кг/см², 1 м. ұзындықтағы мүмкін болатын бұралу бұрышы $[\varphi] = 0,6^\circ$.

Шешімі: Валдың берікті шартынан $\tau_{max} = \frac{M_6}{W_p} \leq [\tau]$,

осы формуладан $W_p = \frac{\pi r^3}{2}$,

ал валдың радиусы $r = \sqrt[3]{\frac{2M_6}{\pi [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 160000}{\pi \cdot 800}} = 5,0$ см.

Валдың қаттылық шарты бойынша $\varphi = \frac{M_6 l}{G J_p} \leq [\varphi]$,

бұл формуладан $J_p = \frac{\pi r^4}{2}$, $G = 8 \cdot 10^5$ кг/см², $[\varphi] = 0,6 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{300}$,

валдың қаттылығын ескере отырып радиусын тағы есептейміз:

$$r = \sqrt[4]{\frac{2M_6 \cdot l \cdot 300}{G \pi^2}} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 160000 \cdot 100 \cdot 300}{800000 \cdot 9,86}} = 5,9 \text{ см.}$$

Жауабы: $d \geq 11,8$ см.

Мысал 3. Табу керек толық болат валдың диаметрін, егер оның беретін қуаты 80 ат.күш., айналу жылдамдығы 180 айналым/мин., мүмкін кернеуі 480 кг/см^2 және валдың бір метр ұзындығына бұралу бұрышы 1° болса.

Шешімі: Алдымен валдың бұралу моментін анықтаймыз.

$$M_6 = \frac{225\,000 \cdot N}{\pi n} = \frac{225000 \cdot 80}{3,14 \cdot 180} = 31850 \text{ кгсм.}$$

Әрі қарай беріктік және қаттылық шартынан (жоғарғы мысалдағыдай) валдың диаметрін есептеп шығарамыз.

Жауабы: 7 см.

Мысал 4. Шығыр (лебедка) $P = 1,6 \text{ т.}$ жүкті жылдамдығы $v = 0,6 \text{ м/сек}$ көтеріп келеді. Шығырдың валы тек қана бұралу моментіне жұмыс істейді деп (басқа кедергілерді еске алмай), валдың диаметрін есептеп шығару керек.

Валдың айналу жылдамдығы 200 айналым/мин.,
мүмкін кернеуі $[\tau] = 450 \text{ кг/см}^2$

Валдың беретін қуаты $N = P \cdot v = 1,6 \cdot 0,6 = 0,96 \text{ тм/сек.}$

Валдың бұрыштық айналу жылдамдығы $\omega = 20,9 \text{ рад/сек}$

Валдың бұралу моменті $M_6 = N \cdot \omega = 46 \text{ кгм.}$

Әрі қарай валдың беріктік шарты бойынша диаметрін табамыз.

Жауабы: 37мм.

3– Тарау. Түзу сырықтардың иілуі

3.1 Түзу сырықтардың иілуіне түсініктер, ішкі күштер. Сыртқы күштердің әрекетінен конструкцияда, немесе оның элементтерінде июші момент пайда болатын деформация түрін – иілу деп атайды. Егер қимада бір ғана ию моменті болса, онда мұндай деформацияның түрін *таза иілу* деп атайды. Бірақ көбінесе, июші моментпен қатар қимада көлденең күш те пайда болады. Иілудің бұл түрін көлденең иілу деп атайды.

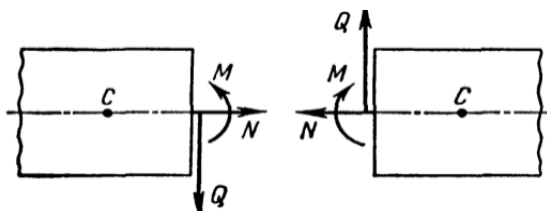
Конструкцияның беріктігін анықтағанда, оның ішкі күштерінің таралу заңдылығын білу қажет. Сонымен қатар, олардың сыртқы күштермен байланысын, аналитикалық тәуелділіктерін есепке алып, эпюрасын тұрғызу керек. Яғни, июші моменттің немесе көлденең күштердің өзгеру заңдылығын графикпен көрсету керек.

Арқалықпен бір жазықтықта орналасқан және оның осінен өтетін сыртқы күштің әсерінен қимада ішкі күш факторлары пайда болады:

а) бойлық күш (N) – қиманың салмақ центрінен оған перпендикуляр бағытта әрекет етеді;

б) көлденең күш (Q) – қиманың көлденең жазықтығында әрекет етеді және оның салмақ центрінен өтеді;

в) июші момент ($M_{ию}$) – қимаға перпендикуляр жазықтықта әрекет етеді. Арқалықтың қандай осіне әсер етуіне байланысты моменттер M_y, M_z, M_x - деп белгіленеді (3.1- сурет). *Көлденең күш Q және ию моментінің $M_{ию}$ физикалық мәні: былай деп тұжырымдалады:*



3.1 - сурет

Көлденең күш Q_y қимадағы ішкі жанама күштердің қорытушы (равнодействующая) күші, ал ию моменті – қиманың нейтрал осінен алынған нормаль бағыттағы ішкі күштердің қорытынды (результатирующая) күші.

Июші моменттер мен көлденең күштердің таңбасын анықтау үшін («оң немесе теріс» екенін), мынандай ереже қабылданған:

1. Июші момент ($M_{ию}$) оң таңбалы болып есептеледі, егер ол қиманың оң жақ бөлігінің сол жағында сағат тілінің айналуымен бағытталса, ал сол жақ бөліктің оң жағында - сағат тіліне қарсы бағытталса; қиманың бойлық күші (N) оң, егер сырық созылуда тұрса.

Көлденең күш (Q) оң таңбалы, егер қиманың оң жақ бөлігінің сол жағында төменнен жоғары бағытталса, ал сол жақ бөлігінің оң жағында жоғарыдан төмен бағытталса; оң таңбалы көлденең күш сырықтың бөлініп тасталған бөлігін қимаға нормаль орналасқан кез келген C нүктесінен алғанда сағат тілімен айналдырады. Ішкі күштердің оң бағыттары 3.1 – суретте жақсы көрсетілген.

Жоғарыдағы 3.1- суретте июші момент оң болғанда, сырықтың жоғарғы бойлық талшықтары сығылып жұмыс істейді (қысқарады) ал төменгі талшықтары созылады (ұзарады). Суретте ішкі күштердің ($M_{ию}$, N и Q) оң таңбалы бағыттары көрсетілген. Суретте көрсетілген қиманың оң бөлігіне түсетін сол жағындағы оң таңбалы ішкі күштер статикалық жағынан қиманың сол бөлігіндегі күштерге тең (эквивалент).

Вертикаль бағытта орналасқан білеудің ішкі күштерінің таңбасын анықтағанда білеудің төменгі немесе жоғарғы жағын оң деп есептеп, оны сызбада көрсетіп қояды.

Сонымен жоғарыдағы түсініктемелерден мынадай тұжырымдама шығарылады: *Сырықтың қимасында әрекет етуші июші момент шамасы және таңбасы жағынан оның нейтрал осьтен алған барлық сол жақ бөлікке әрекет етуші сыртқы күштерінің бұралу моменттерінің сомасына тең немесе кері таңбамен алынған оң жақ бөлікке әрекет етуші барлық сыртқы күштердің моменттерінің сомасына тең*

$$M = \sum_{\text{сол}} M = - \sum_{\text{оң}} M \quad (3.1)$$

Сонымен қатар, сағат тілінің жүруімен әрекет етуші сыртқы күштердің бұрау моменттері оң таңбамен алынуға тиіс.

Көлденең күш Q шамасы және таңбасы жағынан сырықтың сол жағына түсетін барлық сыртқы күштердің бойлық оське түсетін проекцияларының сомасына тең немесе сырықтың оң жағына түсетін барлық сыртқы күштердің кері таңбамен алынған проекцияларының сомасына тең.

$$Q = \sum_{\text{сол}} Y = - \sum_{\text{оң}} Y \quad (3.2)$$

Сонымен қатар сыртқы күштердің проекциялары оң таңбамен алынады, егер олар төменнен жоғары бағытталса.

Бойлық күш N шамасы және таңбасы жағынан сырықтың сол жақ бөлігінің бойлық осіне түсетін барлық сыртқы күштердің проекцияларының сомасына тең, немесе кері таңбамен алынған оң жақ бөлікке түсетін барлық сыртқы күштердің проекцияларының сомасына тең

$$N = \sum_{\text{сол}} X = - \sum_{\text{оң}} X \quad (3.3)$$

Сонымен қатар, сыртқы күштердің білеудің өсіне проекциялары оң таңбамен алынады, егер олардың бағыттары оңнан солға қарай болса.

3.2 Тіректер және тіректер реакциялары

Жүктеме жағдайында тұрған конструкцияның орнықтылығын оны ұстап тұрған тіректер қамтамасыз етеді. Тіректерге күш түскенде оларда қарсы күштер – тірек реакциялары пайда болады. Реакциялар сыртқы күштермен бірге, конструкцияның тепе – теңдігін сақтап тұрады.

Теориялық механикадан белгілі: кез –келген дене жазықтықта үш дәрежелі еркіндікке ие (x, y, z координата осьтері бойымен). Сондықтан жүйенің геометриялық өзгермейтін қалпын сақтап қалу үшін оған үш сыртқы байланыс жүйесін орнату қажет. Осы себептен тіректер негізінен үш түрге бөлінеді:

1.Қатаң бекітпе (3.2,а- сурет). Мұнда үш тірек реакциялары бар. H – горизонталь реакция; R – тік (вертикаль) реакция; және $M_{ию}$ -июші реактивті момент (реактивный момент).

2.Топсалы жылжымайтын тірек (3.2,б-сурет). Бұл тірек конструкцияның вертикаль және, горизонталь бағытта жылжымауын қамтамасыз етеді. Топсаның өсімен арқалықтың айналуына кедергі келтірмейді, сондықтан мұндай тірекпен бекітілген арқалық бір дәрежелі еркіндікке ие. Тіректе екі күштің (реакциялардың) әсері есепке алынады.

3.Топсалы жыжымалы тірек (3.2,б - сурет). Бұл тірек бір бағытта (горизонталь) жылжуды қамтамасыз етеді, және арқалық топсаның өсімен бұрыла алады. Тіректе бір ғана реакция (вертикаль) әрекет етеді.

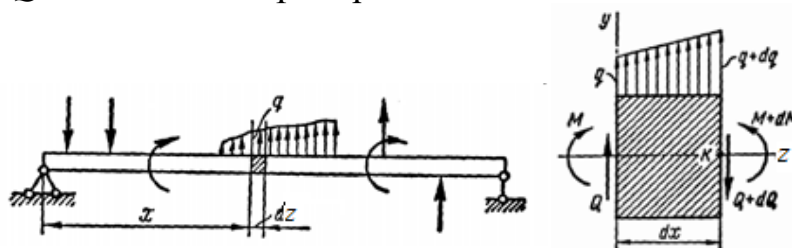


3.2 -сурет

3.3 Ию моменті, көлденең күш және таралған күштің қарқындылығы арасындағы дифференциалдық тәуелділіктер.

Аталған тәуелділіктерді анықтау үшін төмендегі арқалықты қарастырайық (3.3- сурет).

Арқалықтан қима әдісімен ұзындығы dz кесінді бөліп аламыз. Оның сол жақ қимасында Q және M ішкі күштері пайда болады



3.3- сурет

Ал оң жақ қимасы сол жақ қимаға өте жақын (шексіз жақын) орналасқандықтан, ондағы ішкі күштер: $Q+dQ$ және $M+dM$ болады. Ал элементар кесіндіге әрекет етіп тұрған таралған күшті тұрақты деп есептейміз, яғни $q = \text{const}$.

Арқалық тепе – теңдікте тұрғандықтан элементар кесінді dz тепе – теңдікте тұрады. Енді элементар кесіндінің «Y» осіне тепе – теңдік теңдеуін құрастырайық .

$$\sum Y = Q + q dz - (Q + dQ) = 0,$$

осыдан
$$dQ = q dz \tag{3.4}$$

Теңдіктің екі жағын да dz – ке бөлсек

$$dQ/dz = q \tag{3.5}$$

Бұл теңдіктен мынадай тұжырымдама шығады:

Көлденең күштің абцисса осі бойынша алынған бірінші туындысы таралған күштің қарқындылығын сипаттайды.

Келесі тепе –теңдік теңдеуі $\sum M = 0$,

$$M+Q dz + q \frac{(dz)^2}{2} - (M +dM) = 0, \tag{3.6}$$

Бұл теңдіктегі $q \frac{(dz)^2}{2}$ жоғары дәрежедігі аз шама болғандықтан ескермесе де болады. Сонда: $Q dz = dM$, $\frac{dM}{dz} = Q$; яғни ***көлденең күш (Q), июші моменттің бірінші туындысы*** - деп айтуға болады. Аталған тәуелділік **Журавский теоремасы** деп аталады.

Соңғы теңдіктің ($\frac{dM}{dz} = Q$) екі жағын да z - бойынша дифференциалдап, оны жоғарыдағы теңдікке (3.5) қойсақ, онда:

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = q, \tag{3.7}$$

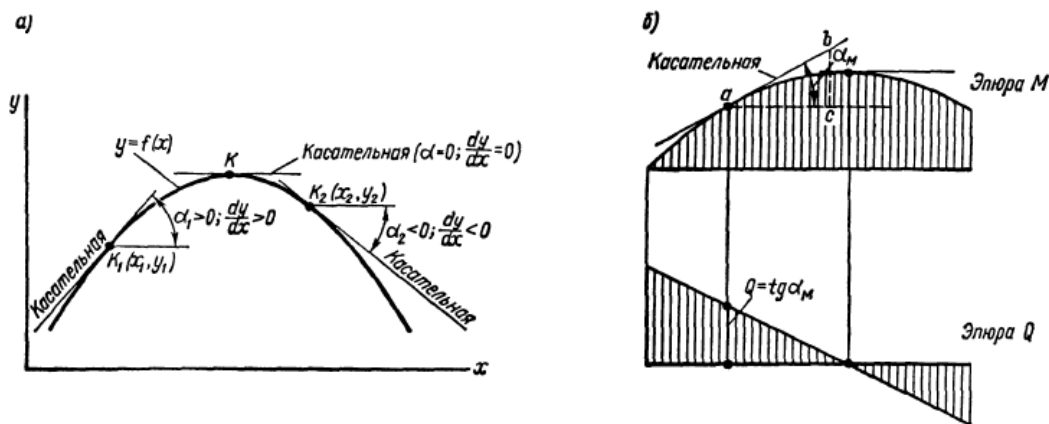
Теңдік ию моментінің екінші туындысы – таралған күштің қарқындылығын сипаттайды.

Аталған үш дифференциалдық тәуелділіктерді пайдалана отырып, июші момент пен көлденең күштің эпюраларының дұрыстығын тексеруге және мынадай маңызды тұжырымдамалар (ережелер) жасауға болады.

1. Сыртқы күш түсіп тұрған арқалықтың бойындағы көлденең күш Q, шамасы жағынан, июші моменттің $M_{ию}$ эпюрасына жүргізілген жанама сызық пен оның осінің арасындағы бұрыштың тангенсіне тең $t g \alpha = Q$ (сурет 3.4, б)

2. Арқалықтың аралықтарында (на участках балки) көлденең күші оң болса, июші момент өседі (солдан оңға қарай), ал көлденең күші теріс аралықтарында, июші момент азаяды. (сурет 3.4, а, б)

3. Көлденең күштің Q абсолюттік шамасы үлкен болған сайын, $M_{ию}$ эпюрасының доғалығы өсе түседі (сурет 3.4, б)



3.4– сурет. Журавский теоремасына негізделген көлденең күш және июші момент эпюралары

Соңғы тұжырымдамадан мынадай ереже шығады: арқалықтың көлденең күші (Q) шамасы солдан оңға қарай өсіп (алгебралық мағнада) келе жатқан бөлігінде $M_{ию}$ эпюрасының сызығы доға жағымен төмен қарай бағытталады, ал (Q) – дің шамасы азаятын болса, онда эпюра $M_{ию}$ - сызығы доға жағымен жоғары қарай бағытталады.

4. Арқалықтың көлденең күші тұрақты аралығында, $M_{ию}$ эпюрасы түзу сызықпен шектеледі (сурет 3.6, ә);

5. Егер арқалықтың көрші аралықтарында көлденең күш (Q) эпюрасы секіріп күрт өзгермесе, онда эпюра $M_{ию}$ - ді шектеп тұрған сызық сол учаскелерде сынбай жанасады, яғни жанасу нүктелерінде ортақ жанама сызық болады.

6. Егер арқалықтың көрші учаскелерінде көлденең күш (Q) эпюрасы күрт өзгертін болса (төмен немесе жоғары), онда эпюра $M_{ию}$ - ді шектеп тұрған сызық сол учаскелерде сынып бағытын өзгертеді, яғни бұл нүктеде ортақ жанама сызық болмайды.

7. Ию моменті экстремалдық шамасына жетеді (максимум немесе минимумға), егер арқалықтың қимасындағы көлденең күш нөлге тең болса, эпюра $M_{ию}$ - ді шектеп тұрған жанама сызық эпюраның осіне параллель болады (сурет 3.4).

8. Таралған күш (q) орналасқан арқалықтың аралықтарында көлденең күштер оның бойымен өзгереді (егер таралған күштің қарқындылығы тұрақты болса, онда көлденең күш сызықтық заңмен өзгереді). Бұл аралықтарда $M_{ию}$ параболамен шектеледі (сурет 3.4, 3.9).

9. Арқалықтың таралған күштері жоқ аралықтарында көлденең күштер тұрақты, ал ию моменттері сызықтық функция заңымен өзгереді (сурет 3.6).

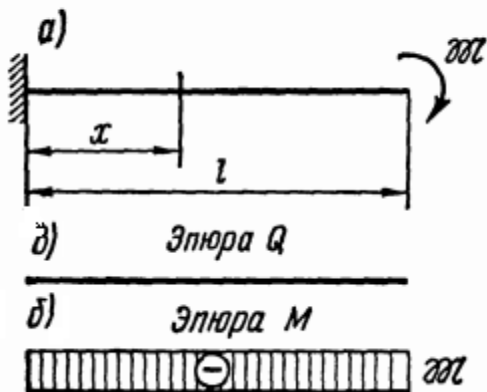
3.4 Ішкі күштер эпюралары

Төменде бір жағы бекітілген екінші жағына ию моменті түсіп тұрған арқалықтың (3.5- сурет) Q және M эпюралары келтірілген.

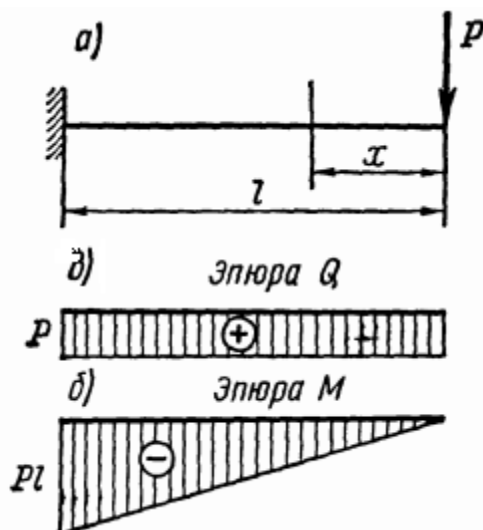
Жоғарғыдағы ережелер бойынша (3.1, 3.2) көлденең күш арқалықтың оң жағына түсетін барлық сыртқы күштердің проекцияларының сомасына тең (кері таңбамен алынған) болуға тиіс.

$$Q = - \sum_{\text{оң}} Y; \quad M = - \sum_{\text{оң}} M = \mathfrak{B}$$

Бірақ, арқалықта көлденең күш жоқ, ол нөлге тең. Арқалық таза иілуде тұр. Эпюра M – ді шектеп тұрған сызық горизонталь $\alpha_M = 0$. Бұл жоғарыда (тұжырым1) көрсетілген ережені растайды ($\text{tg} \alpha = Q$). Көрсетілген Q және M өрнектері бойынша эпюралар тұрғызылған.



3.5 – сурет



3.6 - сурет

Енді 3.6- суретте көрсетілген арқалықтың Q және M эпюраларын сызайық. Жоғарыда келтірілген ережелер (3.1; 3.2) бойынша

$$Q = \sum_{\text{сол}} Y = - \sum_{\text{оң}} Y; \quad M = \sum_{\text{сол}} M = - \sum_{\text{оң}} M$$

Q және M –нің мәндерін есептейік :

$$Q = - \sum_{\text{оң}} Y = -(-P) = P; \quad M = - \sum_{\text{оң}} M = -Px$$

Арқалықтың оң жағына P күші түсіп тұр. Ол теріс таңбалы, өйткені (3.2) ереже бойынша: **«сырықтың оң жағына түсетін барлық сыртқы күштердің кері таңбамен алынған проекцияларының сомасына тең**

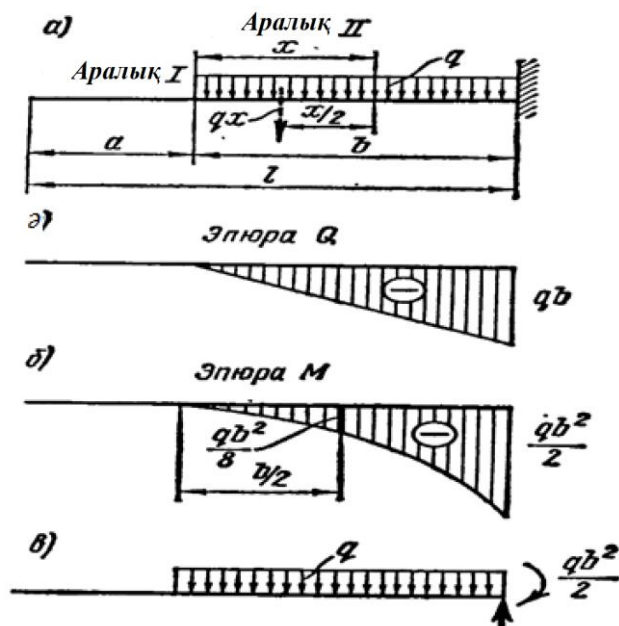
Ал M эпюрасы ($-Px$) көбейтіндісіне тең. Q және M эпюралары 3.6, а, б - суретте көрсетілген.

Енді 3.7 – суреттегі оң жағы қатаң бекітілген арқалықтың эпюрасын сызайық. Арқалық көлденең күшпен ию моментінің өзгеру заңдылығы тұрақты екі аралыққа бөлінген. Бірінші аралықта көлденең күштер және июші моменттер нөлге тең, өйткені сол жақтағы кез келген қимада арқалыққа әрекет етіп тұрған сыртқы күш жоқ:

$$Q^I = 0, \quad M^I = 0;$$

Екінші аралықта жоғарыдағы (3.1) және (3.2) формулаларынан

$$Q^{II} = -qx; \quad M = -qx \left(\frac{x}{2} \right) = -\frac{qx^2}{2}$$



3.7 - сурет

мұнда x – қарастырылып отырған қимадан екінші аралыққа дейінгі қашықтық (q – таралған күш). Өрнектерден табылған мәндер бойынша тұрғызылған Q және M эпюралары 3.7, а, б – суретте көрсетілген.

Бірінші және екінші аралықтың қиылысында көлденең күш нөлге тең, сондықтан $M_{ию}$ - моментінің эпюрасына жанама сызық абцисса осіне параллель (суретте өспен бірдей). Тұжырым 7.

Арқалықтың II аралығында Q - теріс таңбалы, сондықтан $M_{ию}$ шамасы солдан оңға қарай азаяды. Тұжырым 2.

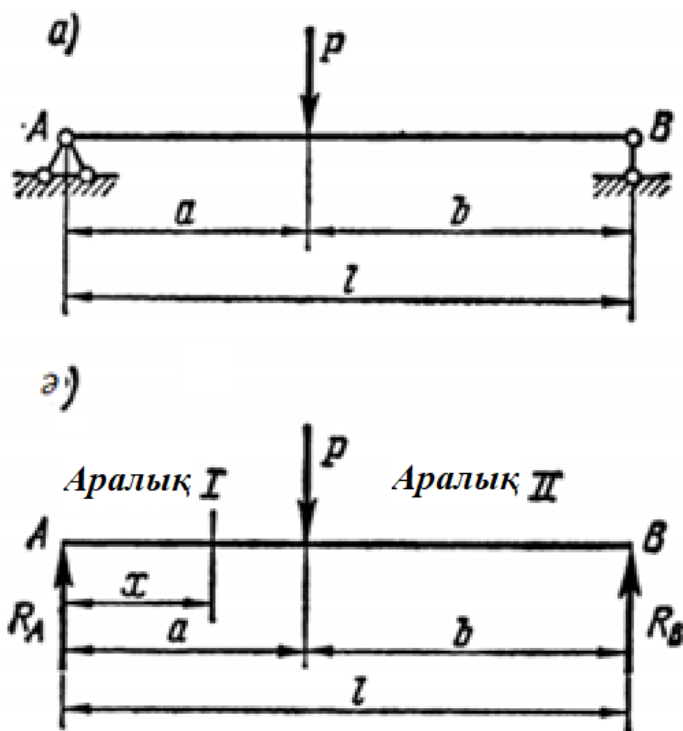
II аралықта Q -дің шамасы солдан оңға қарай азаяды (алгебралық мағнада); сондықтан $M_{ию}$ эпюрасы доға жағыме жоғары бағытталады. Тұжырым 3.

Арқалықты бекітпедегі тірек реакцияларын Q және M эпюраларымен анықтауға болады. Олар арқалықтың тірек орналасқан жеріндегі эпюралардың ординаталрына тең. Тірек реакциялары 3.7,в суретте бекітпеден босатылып көрсетілген.

Эпюралар құрастырғанда мынаны ескеру керек: жоғары бағытталған сыртқы күштер әрқашан оң таңбалы моменттер береді (қиманың оң жағына немесе сол жағына түсуіне қарамастан).

3.5 Қарапайым арқалықтың Q және $M_{шю}$ эпюраларын құрастыру

Мысал 1 3.8 – суреттегі арқалықтың Q және M эпюраларын тұрғызайық. Алдымен A және B нүктелерінен моменттер сомасының теңдеуін құрастырып, арқалықтың R_A және R_B тірек реакцияларын табамыз.



3.8 – сурет .

$$\sum M_A = Pa - R_B l = 0; \sum M_B = R_A l - Pb = 0, \text{ осыдан табамыз:}$$

$$R_A = Pb/l; \quad R_B = Pa/l.$$

Табылған тірек реакцияларының дұрыстығын тексеру үшін теңдеу құрастырамыз.

$$\sum Y = R_A + R_B - P = \frac{Pb}{l} + \frac{Pa}{l} - P = P \left(\frac{b}{l} + \frac{a}{l} - 1 \right) = 0,$$

реакциялар дұрыс табылған.

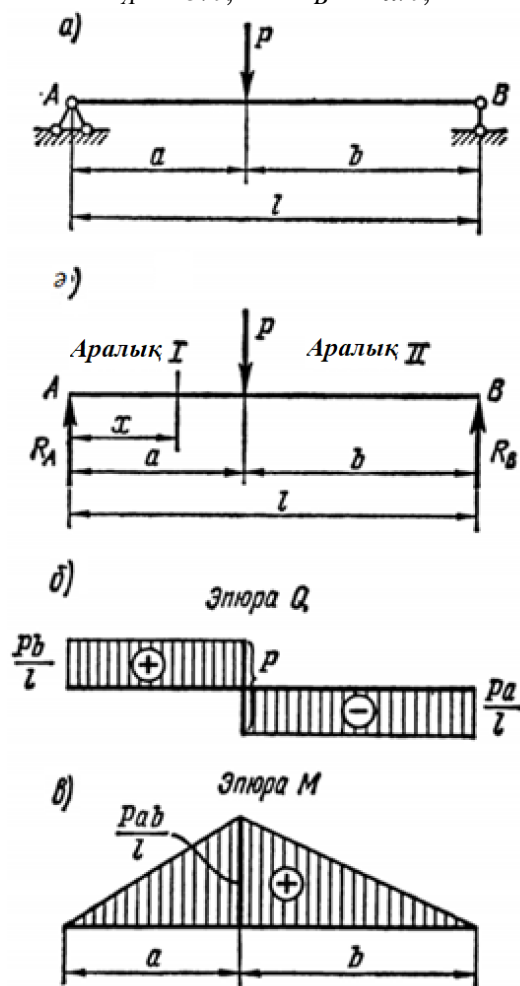
Қарастырылып отырған арқалық екі аралыққа бөлінген (3.8, ө - сурет). Q және $M_{ию}$ өрнектерін құрастырайық.

$$Q = \sum_{\text{сол}} Y = - \sum_{\text{оң}} Y$$

$$M = \sum_{\text{сол}} M = - \sum_{\text{оң}} M$$

$$\sum M_A = Pa - R_B l = 0; \quad \sum M_B = Rl - Pb = 0;$$

$$R_A = Pb/l; \quad R_B = Pa/l;$$



3.8 -сурет

Аралық I ($0 \leq x \leq a$)

$$Q^I = \sum_{\text{сол}} Y = R_A = Pb/l$$

$$M^I = \sum_{\text{сол}} M = R_A \cdot x = \frac{Pb}{l} \cdot x$$

Аралық II ($a \leq x \leq l$)

$$Q^{II} = \sum_{\text{сол}} Y = R_A - P = \frac{Pb}{l} - P = -\frac{P(l-b)}{l} = -Pa/l$$

$$M^I = \sum_{\text{сол}} M = R_A \cdot x - P(x-a) = \frac{Pb}{l} \cdot x - P(x-a) = \frac{P}{l}(bx - lx + la)$$

$$= \frac{P}{l}(-ax + la) = \frac{Pa}{l}(l-x)$$

Бұл теңдеуді арқалықтың оң жақта әсер етуші күштері арқылы шешкен жеңілге түседі, сонда:

$$Q^{II} = Q_{\text{оң}}^{II} = \sum Y = -R_B = -Pa/l$$

$$M^{II} = \sum_{\text{оң}} M = -[-R_B(l-x)] = (Pa/l) \cdot (l-x)$$

Көріп отырғандай әрбір аралықтағы көлденең күштердің шамасы бірдей, олардың эпюралары 3.8,б - сурет көрсетілген. Тұрақты P күші түсіп тұрған арқалықтың қимасында Q –эпюрасы сол күштің шамасындай ординатасын күрт өзгертеді.

Ию моменттерінің M^I және M^{II} шамалары x -тің шамасына сызықтық функция бойынша тәуелді. Сондықтан $M_{\text{ию}}$ эпюрасын құру үшін оның әрбір аралықтағы ординатасының екі мәнін білсе болды.

Мысалы, $x=0$, болса $M^I = 0$

$x = a$, болса $M^I = M^{II} = (Pb/l)a$

$x = l$, болса $M^{II} = (Pa/l)(l-l) = 0$

Көріп отырғандай арқалықтың екі шетіндегі ию моменттерін анықтамаса да болады, олар нөлге тең (өйткені топсалы тіректерге орналасқан). Табылған ординаталар бойынша тұрғызылған ию моментінің эпюрасы 3.8, в көрсетілген. Құрастырылған эпюралардан мынадай заңдылықтарды көруге болады.

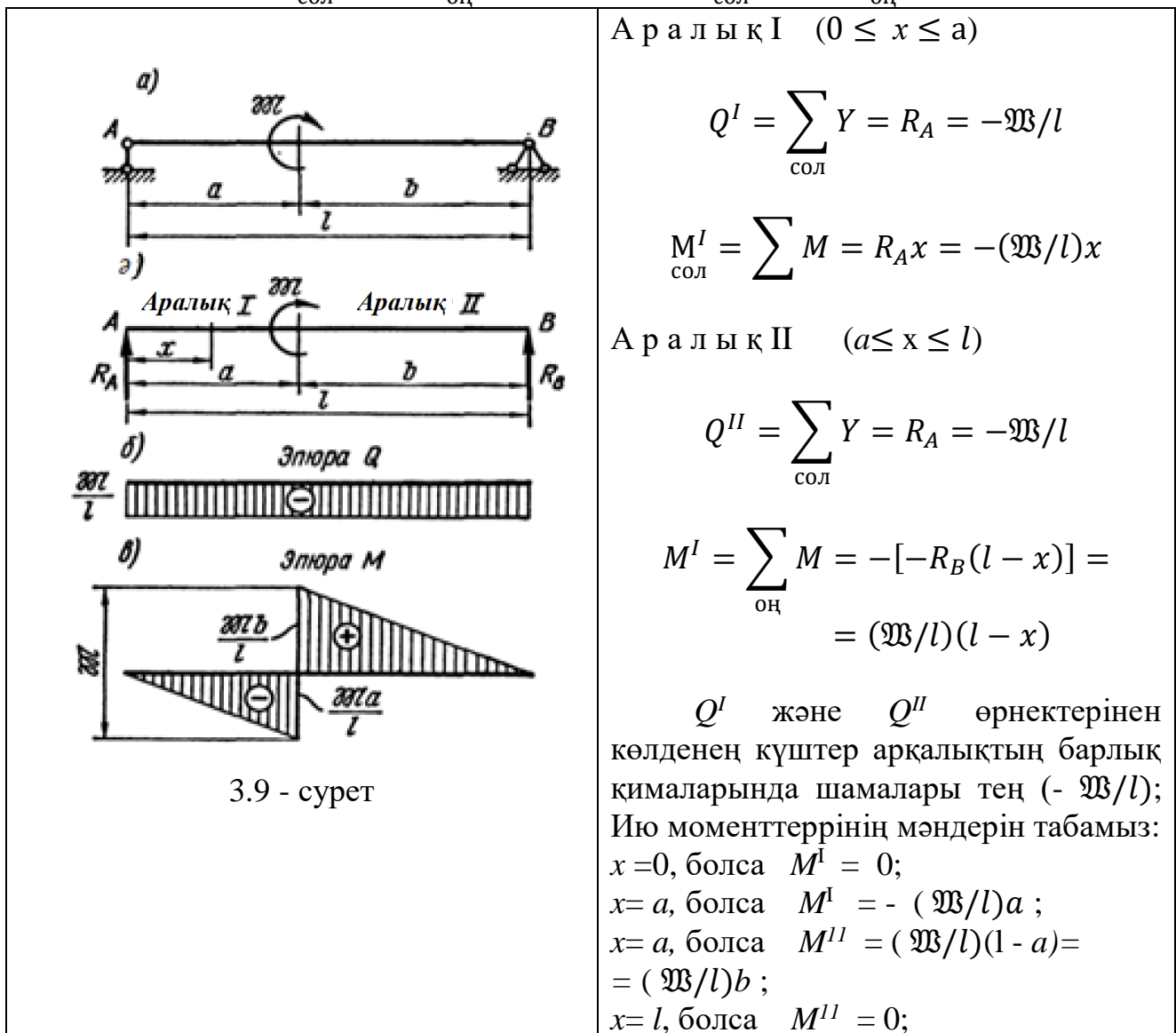
Тұрақты P күші түсіп тұрған қимада Q –эпюрасы сол күштің шамасына (P) тең ординатасын күрт өзгертеді. Сондықтан $M_{\text{ию}}$ эпюрасын шектеп тұрған сызық осы қимада күрт сынып бағытын өзгертеді. Тұжырым 6.

Арқалықтың таралған күші жоқ аралықтарында Q – дің шамасы тұрақты, ал $M_{\text{ию}}$ шамалары сызықтық функция заңымен өзгереді. Тұжырым 9.

Мысал 2. 3.9- суретте көрсетілген қарапайым арқалықтың эпюраларын сызайық. Барлық күштердің топса (шарнир) B - ден алынған моменттерінің теңдеуін құрастырамыз. $\sum M_B = R_A l + \mathfrak{W} = 0$, осыдан $R_A = - \mathfrak{W}/l$
Келесі теңдеуден R_B табайық. $\sum Y = R_A + R_B = 0$, $R_B = - R_A = \mathfrak{W}/l$
Тірек реакциясының $R_A = - \mathfrak{W}/l$ теріс таңбасы шынында оның жоғары емес, төмен бағытталғанын сипаттайды. Бірақ есепте реакцияны сол қалпында қалдырамыз.

Арқалықты екі аралыққа бөлеміз және Q мен M өрнектерін жазамыз.

$$Q = \sum_{\text{сол}} Y = - \sum_{\text{оң}} Y; \quad M = \sum_{\text{сол}} M = - \sum_{\text{оң}} M;$$



Q және M мәндері бойынша құрастырылған эпюралар 3.9 б,в, - суреттерде көрсетілген.

Эпюралардан мынадай қортындылар жасауға болады:

1) эпюра M – ді шектеп тұрған сызықтар бір –біріне параллель, өйткені көлденең күштер бір –біріне тең;

2) арқалықтың өсіне перпендикуляр қадалған сыртқы күш әсер еткенде (тірек реакцияларын қоса есептегенде) көлденең күштің Q мәні сыртқы күштің шамасымен күрт секіріп өзгереді.

3) арқалыққа сыртқы момент әсер етіп тұрған қимада ию моментінің шамасы $M_{ию}$ күрт секіріп сыртқы моментке тең шамаға өзгереді. Егер сыртқы момент сағат тілімен бағытталса, эпюра $M_{ию}$ жоғары қарай секіріп өзгереді, керісінше – момент сағат тіліне қарсы бағытталса – төмен қарай секіріп өзгереді.

Мысал 3. Топсалы екі тіректі арқалық таралған күшпен жүктелген. Аталған арқалықтың Q және M эпюраларын құрастырайық (3.10-сурет).

Тірек реакциялары R_A және R_B бір – біріне тең, өйткені арқалық ортасынан симметриялы.

Барлық күштердің проекциясын Y – өсіне түсіріп тепе – теңдік теңдеуін құрастырамыз: $\sum Y = R_A + R_B - ql = 0$, осыдан егер $R_A = R_B$ болса,

$$R_A = R_B = ql/2;$$

Арқалықтың қимасынан абцисса осі – x бойынша Q және M өрнектерін жазайық.

$$Q = \sum_{\text{сол}} Y = R_A - qx = \frac{ql}{2} - qx = q \left(\frac{l}{2} - x \right)$$

$$M = \sum_{\text{сол}} M = R_A x - qx \left(\frac{x}{2} \right) = \left(\frac{ql}{2} \right) x - qx^2/2 = (qx/2)(l - x)$$

Соңғы өрнектің Журавский теоремасын $\frac{dM}{dx} = Q$ қанағаттандыратынын көруге болады: $dM/dx = [(qx/2)(l - x)]' = (q/2)(l - 2x) = Q$;

Қарастырылып отырған қимада көлденең күш сызықтық функция заңымен өзгереді. Сондықтан Q эпюрасын құрастыру үшін оның екі мәнін білсе болды.

$$x = 0, \quad Q = q(l/2 - 0) = ql/2;$$

$$x = l, \quad Q = q(l/2 - l) = -ql/2$$

Табылған мәндері бойынша тұрғызылған Q эпюрасы сурет 3.10,б көрсетілген.

Қарастырып отырған мысалда $M_{ию}$ эпюрасы квадраттық парабола заңымен өзгереді. Эпюраны құрастыру үшін арқалықтың қималарындағы (x осі бойынша) ию моменттерінің шамасын табамыз.

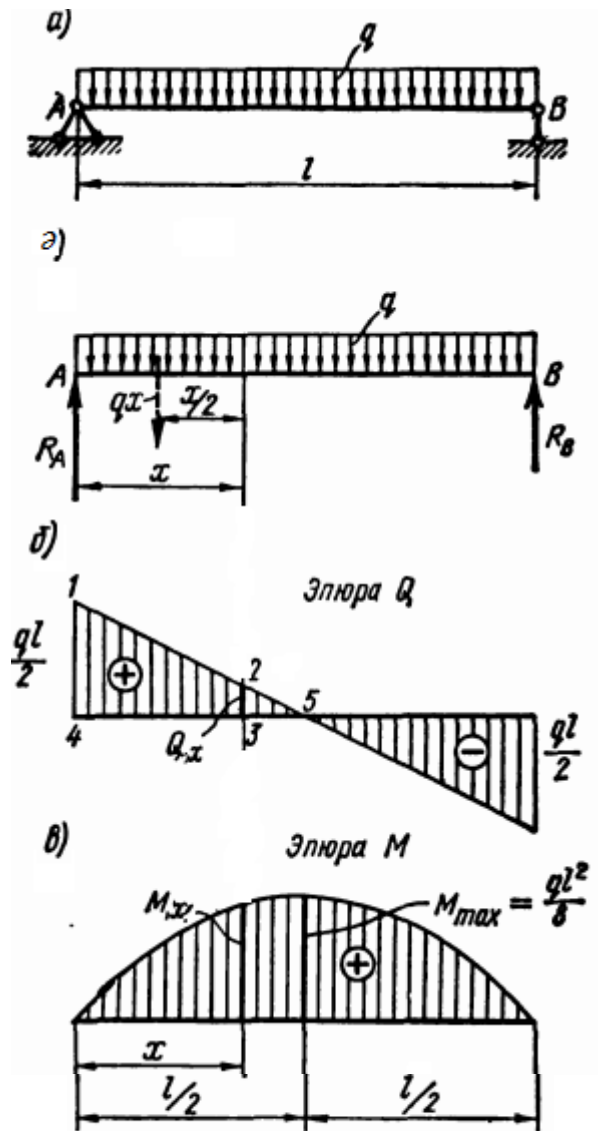
$$x = 0, \quad M = 0;$$

$$x = l/4, \quad M = \frac{q(l/4)}{2} (l - l/4) = (3/32) ql^2;$$

$$x = l/2, \quad M = \frac{q(l/2)}{2} (l - l/2) = ql^2 / 8;$$

$$x = 3l/4, \quad M = \frac{q(3l/4)}{2} (l - 3l/4) = (3/32) ql^2$$

$$x = l, \quad M = 0;$$



3.10 - сурет

Табылған мәндері бойынша құрастырылған $M_{ию}$ эпюрасы 3.10,в суретінде көрсетілген.

3.10,б,в- суретте көрсетілгендей арқалықтың бойымен таралған күштен көлденең күштің эпюрасы түзу сызық заңымен, ал ию моменті қисық сызық - квадраттық парабола заңымен өзгереді. Тұжырым 8.

Арқалықтың сол жағында, яғни көлденең күш оң таңбалы бөлігінде, $M_{ию}$ өседі, ал оң жағында – көлденең күш теріс таңбалы бөлігінде $M_{ию}$ азаяды. Тұжырым 2.

Абцисасы $x = l/2$ қимада $M_{ию}$ максималды мәні болады, ал бұл жағдайда көлденең күш нөлге тең. Тұжырым 7.

Жоғарыда келтірілген Журавский теоремасынан мынадай өрнекті жазуға болады: $d^2M/dx^2 = q$;

Сондықтан, егер екінші туынды d^2y/dx^2 оң болса, онда $y = f(x)$ функциясын сипаттайтын қисық сызық доға жағымен төмен қарайды. Бұл мынандай тұжырымға әкеледі.

Егер таралған күш жоғары бағытталса (яғни оң болса), эпюра $M_{ию}$ доға жағымен төмен қарайды, ал таралған күш төмен қарай бағытталса, $M_{ию}$ эпюрасы доға жағымен жоғары қарайды (3.10, в - сурет).

Жоғарыда келтірілген мысалдар негізінде Q және M эпюраларын құрастырудың төменгідей тәртібі сақталады.

1. Арқалыққа түсіп тұрған барлық сыртқы күштерді көрсетіп есептеу сызбасы түсіріледі.

2. Арқалықтың тіректері алынып тасталып, ал олардың әсері реакциялармен ауыстырылады; реакциялардың қабылданған бағыттары көрсетіледі.

3. Арқалықтың тепе - теңдік теңдеуі құрастырылып, тірек реакциялары анықталады.

4. Арқалық аралықтарға бөлінеді, ал олардың межелері сыртқы қадалған күштердің, моменттердің және таралған күштердің түскен жерлері (басы, және соңы) немесе таралған күштердің өзгеру сипатына қарап алынады.

5. Әрбір бөлінген аралық үшін Q және $M_{ию}$ өрнектерін жазады, есептеу сызбасында x – тің қашықтығы, бағыты көрсетіледі.

6. Өрнектерден қималардың эпюраларды құрастыруға жарайтындай олардың ординаталары анықталады. Көлденең күштері нөлге тең қималар анықталады, яғни M_{max} , M_{min} мәндері табылады.

7. Анықталған ординаталар бойынша эпюралар тұрғызылады.

8. Құрастырылған эпюраларды бір – бірімен салыстырып, олардың дұрыстығын тексереді.

Көптеген жағдайда аталған эпюраларды құрудың барлық сатыларын орындау міндетті емес. Мысалы, арқалықтың есептеу сызбасында тіректердің тек белгісін және бағытын ғана көрсетеді; бір жағы қатаң бекітпе арқалықтың тірек реакцияларын анықтау қажет емес.

Q және M эпюраларын олардың өрнектерін (теңдеулерін) құрастырмай - ақ сызуға болады. Ол үшін дифференциалдық тәуелділіктерді пайдаланып, көлденең күш пен июші моменттің шамаларын есптеу керек.

3.6 Иілудегі беріктік және қатандық

Иілу кезіндегі беріктіктің шарты: $\sigma_{max} \leq [\sigma]$,

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{J_x} y_{max} \leq [\sigma];$$

Формуладағы J_x/y_{max} қатынасы қиманың кедергі моменті деп аталып, W_x символмен белгіленеді, демек

$$W_x = J_x / y_{max}$$

Сонымен таза иілудегі негізгі беріктік шарты төмендегідей жазылып, материалдар кедергісінің үш есебін толық қамтиды.

$$M/W_x \leq [\sigma]$$

Келтірілген формуламен, элементтің беріктігі тексерілсе, төмендегі өрнек арқылы элементтің көлденең қимасының өлшемдері анықталады.

$$[W_x] \leq M/[\sigma]$$

Сонымен қатар, қарастырылып отырған элементтің мүмкін ию моментін де осы формуламен табуға болады.

$$[M] \leq W_x[\sigma],$$

Көлденең иілуде, беріктікті тік кернеу (нормал кернеу) бойынша да, жанама кернеу бойынша да тексеру керек, яғни

$$\sigma_{max} \leq [\sigma],$$

$$\tau_{max} \leq [\tau],$$

Тік кернеуге және жанама кернеуге есептеу әдістемесі бірдей.

Қорыта айтқанда, көлденең иілу кезінде беріктікке есептегенде ең үлкен тік кернеуге және ең үлкен жанама кернеуге тексеру керек.

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= M/W_x \leq [\sigma] \\ \tau_{max} &= \frac{Q_{max} \cdot S_{max}}{J \cdot b} \leq [\tau] \end{aligned}$$

Кейде беріктік пен қатар, материалдың қатаңдығын есептеуге тура келеді. Бұл жағдайда, материалға байланысты, шекті (ең үлкен) бұрылу бұрышы және мүмкін орын ауыстыру беріледі: $[\theta]$ және $[f]$.

Осыған байланысты қатаңдық шарттары былай жазылады:

$$\theta_{max} \leq [\theta], \quad \varphi_{max} \leq [f]$$

3.7 Көлденең күштер және ию моменттерінің эпюраларын сызу

Мысал 1. Төменде (3.11 - суретте) екі тіректі консольді арқалық берілген. Арқалықтың тірек реакциялары белгілі $V_A (R_A) = 13,3$ кН, $V_B (R_B) = 31,7$ кН. Барлық күштердің проекциясын Y осіне өз таңбаларымен түсірейік, сонда:

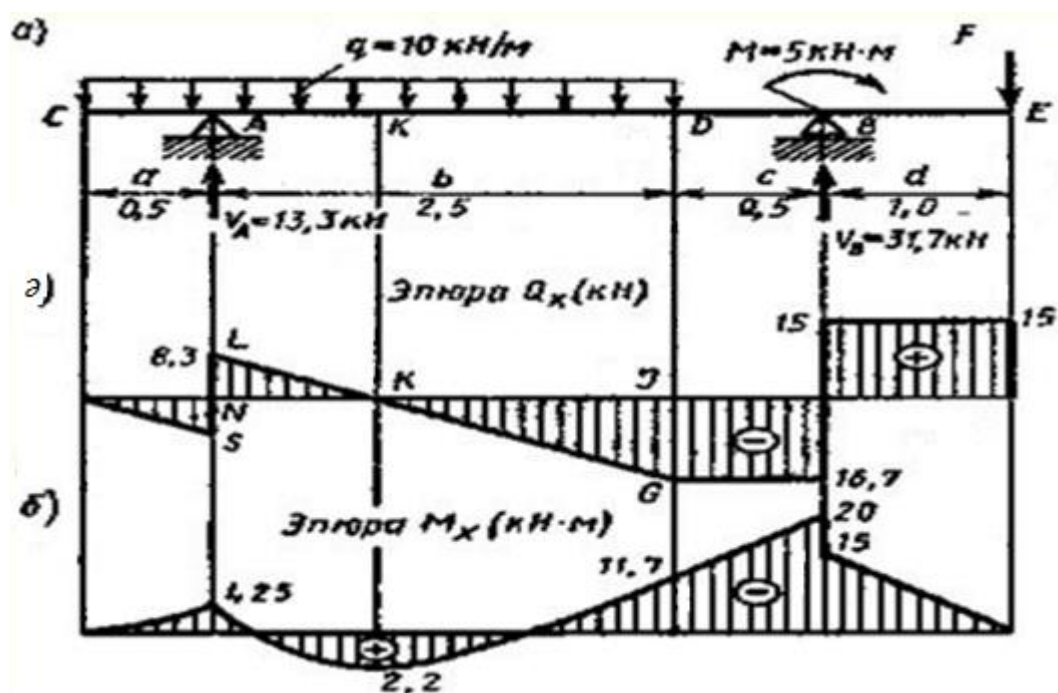
$$Q_c = 0;$$

$$Q_{\text{сол жақ } A} = -q \cdot a = -10 \cdot 0,5 = -5 \text{ кН}$$

(A қимасының сол жағындағы сыртқы таралған күш төмен бағытталып тұр, сондықтан $-q$ - теріс таңбамен алынады).

$Q_{\text{оң жақ } A} = Q_{\text{сол жақ } A} + R_A = -5 + 13,3 = 8,3$ кН (A қимасының оң жағындағы көлденең күш - оның сол жағындағы көлденең күшке және A нүктесіндегі

тірек реакциясының сомасына тең. Тірек реакциясы оң таңбалы, өйткені ол жоғары бағытталып тұр).



3.11 - сурет

$Q_D = R_A - q(a + b) = 13,3 - 10(0,5 + 2,5) = -16,7$ кН (D қимасына түсетін сыртқы күштер: тірек реакциясы және таралған күш; $-q$ теріс таңбамен алынады, өйткені ол төмен бағытталып тұр)

$Q_{\text{сол жақ } B} = Q_D = -16,7$ кН (B қимасының сол жағындағы, D мен B аралықтарында басқа сыртқы күш жоқ, сондықтан D және B қималарындағы көлденең күштер тең)

$Q_{\text{оң жақ } B} = Q_{\text{сол жақ } B} + R_B = -16,7 + 31,7 = 15$ кН (B- қимасының оң жағына түсетін сыртқы күштер; тірек реакциясы оң таңбамен алынады, өйткені ол жоғары бағытталып тұрған сыртқы күш).

$Q_{\text{сол жақ } E} = Q_{\text{оң жақ } B} = 15$ кН (E және B қималарының арасында сыртқы күштер жоқ, сондықтан аралықтағы көлденең күштер тең)

Көлденең күштердің эпюрасының дұрыстығын тексеру үшін арқалықтың бойындағы көлденең күштерді (Q) оң жағынан бастап есептеп шығу керек. Арқалықтың алынып тасталған бөлігі оң жағы болады, тек таңба қою ережесі өзгереді. Нәтижесі бірдей болып бірдей болып шығуға тиіс.

Нольдік сызық жүргізіп көлденең күштердің мәндерін, таңбаларды ескере отырып тұрғызамыз. Нәтижесінде суреттегі эпюра Q_y шығады.

Ию моменті эпюрасын сызайық. Арқалықтың жоғарыда келтірілген қималарын (C, A, B, D, E) қалдырамыз. Тек қана көлденең күш нольдік сызықты кесіп өтетін қиманы «К»-- деп белгілеп есепке қосамыз.

Есепті сол жақтан бастаймыз: қиманың оң жағын алып тастаймыз. Қарастырып отырған қиманың сол жақ бөлігіндегі сыртқы күштердің моменттерді табамыз. Сонымен, $M_c = 0$;

$M_A = -q \cdot a \cdot a/2 = -10 \cdot 0,5 \cdot 0,25 = -1,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (q теріс таңба, өйткені қиманың сол жағындағы сыртқы күш төмен бағытталып тұр).

K – қимасындағы моментті табудан бұрын $x = AK$ қашықтығын табу керек. Ол үшін осы қимадағы көлденең күштің теңдеуін құрып, оны нөлге теңестірейік (сол жақтан).

$Q_k = -q \cdot a + R_A - q \cdot x = 0$, (таралған күш теріс таңба, ал тірек реакциясы оң таңбалы, өйткені тірек реакциясы жоғары бағытталған, осы теңдеуден:

$$x = (-q \cdot a + R_A) / q = (-10 \cdot 0,5 + 13,3) / 10 = 0,83 \text{ м.}$$

Бұл қашықтықты екі үшбұрыштың KLN және KIG (сурет.3.10, ә) ұқсастығынан да табуға болады.

K –нүктесінен алынған моментті табамыз.

$M_K = -q (a+x)^2 / 2 + R_A \cdot x = -10 (0,5 + 0,83)^2 / 2 + 13,3 \cdot 0,83 = 2,2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (K қимасындағы экстремалды момент)

$M_D = R_A \cdot b - q (a + b)^2 / 2 = 13,3 \cdot 2,5 - 10 \cdot 3 (0,5 + 2,5)^2 / 2 = -11,7 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (D қимасындағы моменттің мәні - теріс таңба, өйткені төменгі талшықтар сығылып тұр).

Арқалықтың қалған бөлігіндегі моменттерді таңбалар ережесін қолдана отырып оң жақтан бастап есептейміз.

$$M_E = 0;$$

$M_B^{\text{оң жақ}} = -F \cdot d = -15 \cdot 1,0 = -15 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (B қимасының F күші теріс таңба, өйткені ол оң жақта және сыртқы күш F төмен бағытталып тұр)

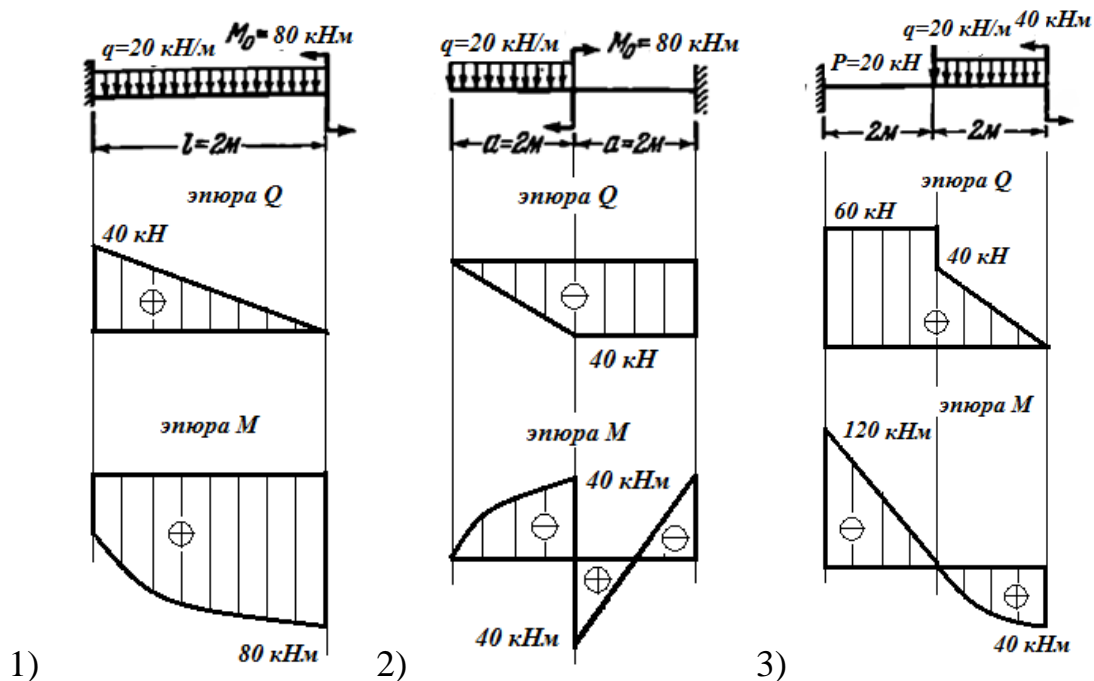
$M_B^{\text{сол жақ}} = M_B^{\text{оң жақ}} - M = -15 - 5 = -20 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (сығылған талшықтар төменде-мент теріс таңба).

$$M_D = -F (c+d) - M + R_B \cdot c = -15(0,5+1,0) - 5 + 13,7 \cdot 0,5 = -11,7 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Көріп отырғандай D қимасында сол жақпен жүргенде және оң жақпен есепке алғанда да бірдей эпюра тұрғызылды. Яғни эпюра дұрыс тұрғызылды.

Табылған мәндері бойынша ию моментінің эпюрасын сызамыз. Мәндері оң ординаталарды нөльдік сызықтан төмен қарай, ал теріс таңбалы мәндерді нөльдік сызықтан жоғары орналастырамыз. Ию моменттерінің эпюрасы 3.11,б көрсетілген.

Мысал 2. Төмендегі 3.12- суретте көрсетілген жүктемелер бойынша арқалықтың бойындағы көлденең күштер және ию моменттерінің эпюраларын сызу керек.



сурет 3.12

1) Бір жағы қатаң бекітілген консоль - арқалық таралған күшпен және ию моментімен (екінші жағы) жүктелген (3.12, 1- сурет). Қатаң бекітпедегі ию моментін және тірек реакцияларын есепке алмау үшін есепті арқалықтың бос жағынан бастаймыз

Шешімі: Арқалықтың бойынан ойша қима жүргіземіз. Қимаға дейінгі қашықтықты x – пен белгілейміз, оның мәні нольден бастап қимаға дейінгі қашықтықты көрсетеді. Яғни x - тің екі мәні болады: $0 \geq x \leq 2$; Енді көлденең күштердің теңдеуін құрып, x – тің мәндерін қойып, Y осіне проекциясын түсіреміз.

$$Q_y = q \cdot x;$$

Егер $x=0$ болса, $Q_y=0$;

$$x=2, Q_y = (20 \cdot 2) = 40 \text{ кН.}$$

Көлденең күш оң таңбалы, өйткені сыртқы таралған күш қиманы сағат тілі бағытымен айналдырады.

Ию моментінің эпюрасын тұрғызу үшін қиманың оң жағындағы сыртқы күштердің ию моментінің теңдеуін құрамыз. $M_x = M - qx \cdot x/2$;

Егер $x=0$ болса, $M_x = M$;

$$x=2, M_x = 80 - (20 \cdot 2) \cdot 1 = 40 \text{ кНм.}$$

Ию моменті оң таңбалы, өйткені арқалықтың сығылған талшықтары жоғарғы жағында.

2) Консольді – арқалық, бас жағында таралған күш орналасқан, ал ортасында ию моменті түсіп тұр (3.12, 2- сурет).

Шешімі: Арқалықты екіге бөліп, сол жағын қарастырайық. Таралған күштің қортынды күші $q = 20 \cdot 2 = -40$ кН, теріс таңбалы, өйткені қиманы сағат тіліне қарсы айналдырып тұр. $0 \geq x \leq 2\text{м}$ – деп көлденең күшті және ию моментін есептейік.

Таралған күштің Y өсіне проекциясы $Q_y = q \cdot x$;

Егер $x = 0$, көлденең ішкі күш $Q_y = 0$;

$x = 2$ болса $Q_y = -40$ кН.

Көлденең күштің эпюрасы көлбеу түзу сызық. Қиманың оң жағында сыртқы күш жоқ, сондықтан $Q_y = -40$ кН, абцисса осіне параллель болып қалады.

M_x эпюрасын тұрғызайық. $M_{x1} = (q \cdot x) \cdot x/2 = -40$ кНм (таралған күш қиманы сағат тіліне қарсы айналдырып тұр).

Қиманың оң жағын қарастырайық: $0 \leq x \leq 3$, $a = 0$

$M_{x2} = M = 80$ кНм;

Ию моменті оң таңбалы, өйткені сағат тілімен айналып тұр. Сондықтан эпюра моменттің мәніне (80кНм) тең шамаға секіріп күрт өзгерді (+40кНм).

Енді $x = 3$ деп алсақ $M_{x2} = (q \cdot a) \cdot 3 - M = -20 \cdot 2 \cdot 3 + 80 = -40$ кНм

3) Сол жағы қатаң бекітілген консольді – арқалық. Консольдің бос жағында ию моменті және таралған күш, ал ортасында қадалған күш әсер етіп тұр (3.12,3 - сурет).

Шешімі: Арқалықты ойша екі аралыққа бөлеміз. I-I қиманың оң жағын қарастырамыз. Қимаға дейінгі қашықтықты x – пен белгілеп, көлденең күштердің Y өсіне проекциясын түсіреміз.

Көлденең күштің теңдеуі: $Q_y = qx$ (оң таңбалы, өйткені көлденең ішкі күш жоғары бағытталады - сыртқы күшке қарама -қарсы)

$$0 \leq x \leq 2\text{м,}$$

$x = 0$, $Q_y = q \cdot x = 0$;

$x = 2$, $Q_y = qx = 20 \cdot 2 = 40$ кН

Ию моментінің теңдеуі: $M_{x1} = M - (q \cdot x^2/2)$, қимадағы ішкі күштің моменті сағат тілімен айналады, сондықтан M - оң таңбалы.

$M_{x1} = M - (q \cdot x^2/2)$;

$x = 0$, $M_{x1} = 40$ кНм;

$x = 2$, $M_{x1} = M - (q \cdot x^2/2) = 40 - (20 \cdot 2^2/2) = 0$;

Қиманың сол жағын қарастырайық:

$Q_y = q \cdot 2 + P = 40 + 20 = 60$ кН;

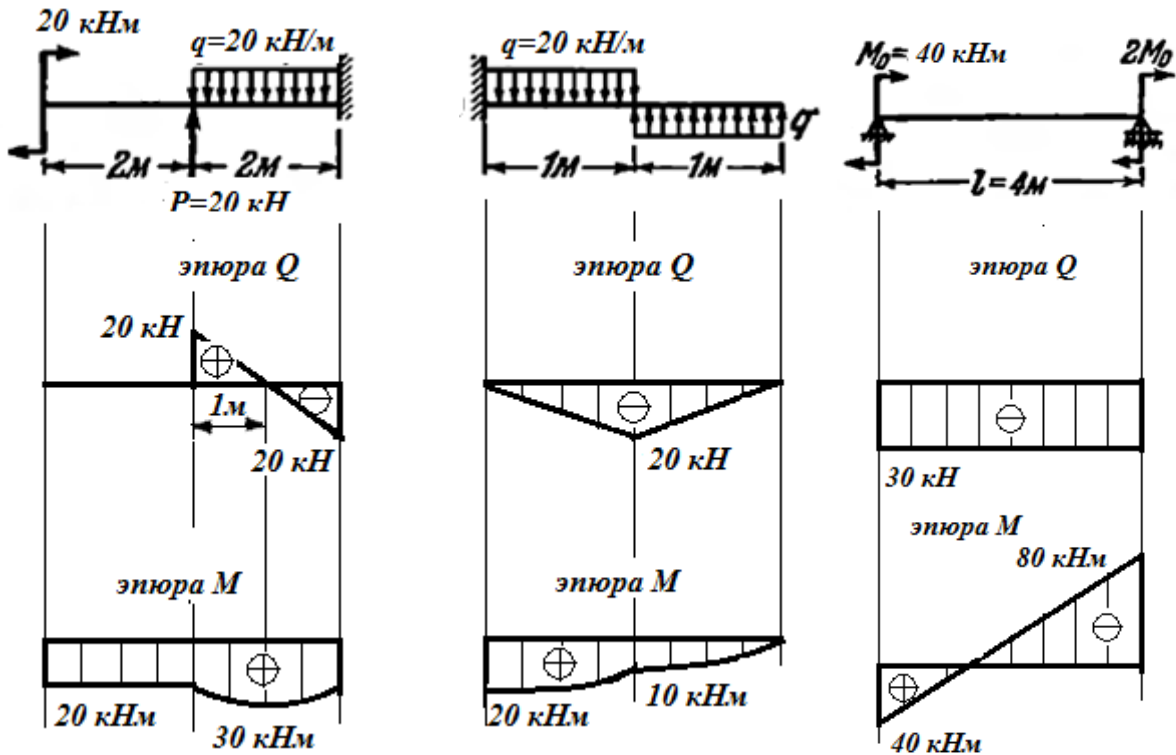
$M_{x1} = M - (q \cdot 2^2/2) = 0$;

II-II қиманың оң жағын қарастырайық. Қимаға дейінгі қашықтықты x – пен белгілеп, көлденең күштердің Y өсіне проекциясын түсіреміз. $0 \leq x \leq 2\text{м}$,
 $Q_{y2} = q \cdot 2 + P = 40 + 20 = 60$ кН

$$M_{x2} = M - q \cdot 2(1+x) - Px = 40 - 40 \cdot 2 - 20 \cdot 0 = 0$$

$$M_{x2} = M - q \cdot 2(1+x) - Px = 40 - 40 \cdot 3 - 20 \cdot 2 = -120 \text{ кНм}$$

Мысал 3. Төмендегі 3.13 - суретте көрсетілген жүктемелер бойынша арқалықтың бойындағы көлденең күштер және ию моменттерінің эпюраларын сызу керек.



1)

2)

3)

Сурет -3.13

1) Осының алдында шығарылған 3.13,3–суреттегі мысалға ұқсас, бірақ сыртқы күштер керісінше орналасқан.

Шешімі: I-I. Арқалықты екіге бөліп сол жағын қарастырамыз. Консольдің сол жағында ешқандай сыртқы күш жоқ, бір ғана ию моменті бар. Яғни консольдің сол жағы таза иілуде тұр $M_1 = 20 \text{ кНм}$. Эпюра $Q_{y1} = 0$, абцисса өсімен бірдей түзу сызық.

II-II Арқалықтың оң жағын қарастырайық. Қимаға дейінгі қашықтықты x – пен белгілеп, көлденең күштердің Y өсіне проекциясын түсіреміз. : $0 \leq x \leq 2 \text{ м}$,

$Q_{y2} = -P + (q \cdot x)$; егер $x=0$, $Q_{y2} = -20 \text{ кН}$; $x=2$ болса, $Q_{y2} = -20 + (20 \cdot 2) = 20 \text{ кН}$;

M_x эпюрасын тұрғызамыз. $M_2 = M + Px - qx^2/2$

Оң жақтағы қимада эпюра парабола болады. Оның бір шеткі ординатасы $+20 \text{ кНм}$, екінші шеткі ординатасы да $+20 \text{ кНм}$; M_{max} табу үшін көлденең күштің ординатасы нөлдік сызықтан өткен жерде болады:

$0 = -P + q \cdot x$, $x = P/q = 1 \text{ м}$.

Параболаның ең үлкен (max) ординатасы мына теңдіктен табылады:
 $20 + 20 \cdot 1 - 20 \cdot 1^2/2 = 20 + 20 - 10 = 40 - 10 = 30 \text{ кНм}$;

2) Консольді арқалық бір- біріне қарсы бағытталған таралған күштермен жүктелген (3.13,2 - сурет).

Шешімі: Консольді екіге бөлеміз.

I-I. Қиманың оң жағында таралған күш жоғары бағытталған, сыртқы күш қиманы сағат тіліне қарсы айналдырады (яғни теріс таңбалы). Қортынды күш қиманың ортасында $q = 20 \text{ кН}$; $0 \leq x \leq 1 \text{ м}$;

$Q_{y1} = -qx$, $x=0$, $Q_{y1}=0$; $x=1$ $Q_{y1} = -20$ кН;
 M_x эпюрасы парабола болады. $M_{x1} = qx^2/2$, $x=0$ $M_{x1}=0$, $x=1$ $M_{x1}=10$ кНм
 II-II Қиманың оң жағын қарастырайық. $0 \leq x \leq 1$ м;

$Q_{y2} = qx - q \cdot 1$,
 $x=0$, $Q_{y2} = -20$;
 $x=1$ $Q_{y2} = 0$ кН
 $M_{x2} = -qx^2/2 + q \cdot 1(1/2 + x)$
 $x=0$ $M_{x2} = 10$ кНм,
 $x=1$ м $M_{x2} = -20/2 + 20 \cdot 1,5 = 20$ кНм
 Эпюралар суретте көрсетілген

3) Екі тіректі арқалыққа қос ию моменті түсіп тұр (3.13, 3- сурет).

Шешімі: Q_y және M_x эпюраларын тұрғызу үшін тірек реакцияларын табу керек.

$$\sum M_A = -2M_0 - M_0 + R_B \cdot 4 = 0 \quad R_B = 120/4 = 30 \text{ кНм}$$

$$\sum M_B = -2M_0 - M_0 - R_A \cdot 4 = 0 \quad R_A = -120/4 = -30 \text{ кНм}$$

Реакциялар бір-біріне қарама қарсы қос күш құрып тұр. Олардың моменттері $M = 120$ кНм

Реакциялар бір –біріне қарама қарсы болғандықтан біреуінің таңбасы (-), екіншісінікі (+) болады. Эпюра Q_y ординатасы -30 Кн (өйткені R_B – сағат тіліне қарсы айналады) абцисса осіне параллель тұзу сызық.

Эпюра $M_x = -2M_0 + R_B \cdot x$;

егер $x = 0$, $M_x = -80$ кНм,

$x = 4$ м $M_x = -80 + 30 \cdot 4 = 40$ кНм.

Эпюра нольдік сызықты қиып өтетін көлбеу тұзу сызық.

Бақылау сұрақтары:

1. Таза иілу және көлденең иілу деген не?
2. Ішкі күштерді белгілеу үшін қандай ережелер қабылданған?
3. Көлденең күш және ию моментінің физикалық мәні неде ?
4. Көлденең күш пен ию моментінің таңбасын анықта үшін қандай ережелер қабылданған?
5. Тіректер және тірек реакциялары туралы не білесіздер?
6. Көлденең күштің бірінші туындысы нені сипаттайды?
7. Журавский теоремасы қандай тәуелділікті сипаттайды?
8. Ию моментінің екінші туындысы нені білдіреді?
9. Көлденең күш пен ию моментінің арасындағы тәуелділіктер негізінде қандай маңызды тұжырымдар жасалған?
10. Жоғары бағытталған сыртқы күштер қандай таңбалы моменттер береді?
11. Таралған күш бар аралықта ию моментінің доға жағымен қалай бұрылады?
12. Ию моментінің экстремалды мәні қалай анықталады?
13. Көлденең күштердің эпюрасының дұрыстығын қалай тексерге болады?

14. Арқалықтың оң таңбалы және теріс таңбалы аралықтарында ию моменті қалай өзгереді?

4 – Тарау. Күрделі қарсыласу

4.1 Қиғаш иілу

Осы уақытқа дейінгі қарастырылған конструкциялар мен элементтердің беріктігін бір ғана жүктемеде - қарапайым деформация жағдайында (созылу, сығылу, ығысу, бұралу, иілу) есепке алдық. Бірақ, тәжірибеде конструкциялар негізінен күрделі жүктемеде, яғни элементтің қимасында бірнеше ішкі күштер пайда болатын жағдайда жұмыс істейді. Мұндай жүктеме түрін күрделі қарсыласу деп атайды. Элементтің көлденең қимасында екі немесе одан да көп ішкі күштер әрекет етеді.

Күрделі қарсыласу шартты түрде екіге бөлінеді. Бірінші түрінде конструкциядағы кернеулік күй (напряженное состояние) бір ось бойымен бағытталады. Бұл топқа созылу кезіндегі иілу, қиғаш иілу, центрден тыс созылу немесе сығылу жатады.

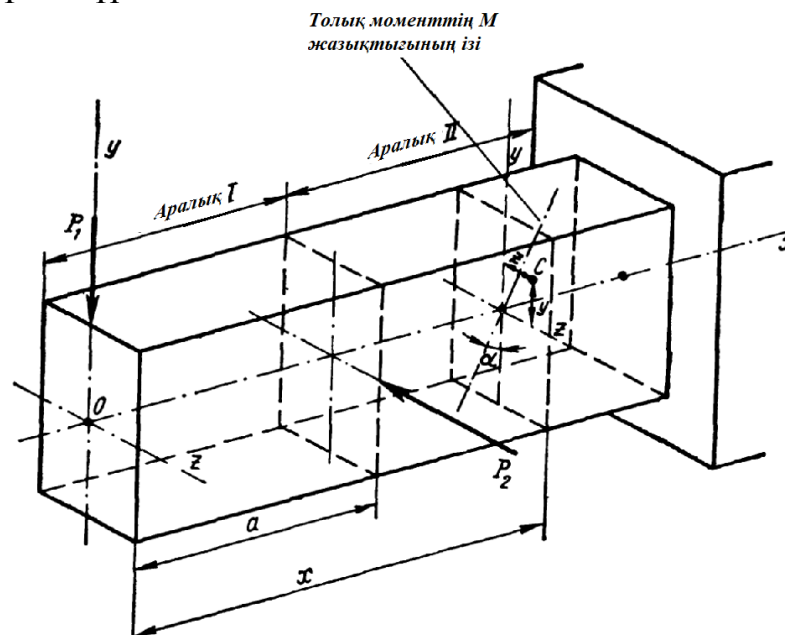
Екінші топқа иілу кезіндегі бұралу, бұралу кезіндегі созылу немесе сығылу және т.б, түрлері жатады. Бұл топтың ерекшелігі есептеу шарттарына кейбір ғылыми гипотезалар алынады.

Қиғаш иілу туралы түсінік

Конструкцияның көлденең қимасына түсіп тұрған иілу моментінің жазықтығы осы қиманың бас инерция осьтерінің біреуімен де сәйкес келмейтін иілу қиғаш иілу деп аталады.

Иілу кезінде сырықтың көлденең қимасында тек қана иілу моменті туындайтын иілу *таза иілу* деп аталады. Егер қимада тағыда көлденең күш әсер етсе, онда *көлденең қиғаш иілу* болады.

Төменде (4.1- сурет) бір жағы қатаң бекітілген көлденең қимасы төртбұрышты арқалықтың сызбасы келтірілген. Арқалықтың бос жағына қадалған күш P_1 түсіп тұр, ал бос жағынан a қашықтықтағы қимаға P_2 - горизонталь күш түсіп тұр.



4.1- сурет

Арқалық екі аралыққа бөлінген (I, II). I аралықтың кезкелген көлденең қимасында : иілу моменті M_z (z осі бойынша), бас жазықтық « $y-x$ » осьтері бойынша әсер етуші және көлденең күш $Q_1 = -P_1$ әсер етеді.; бұл аралық тура көлденең иілуде тұр. Екінші аралықтың (II) көлденең қимасында абсиссасы x -ке тең бас жазықтық « $y-x$ » бойымен иілу моменті $M_z = P_1 x$, иілу моменті

$$M_y = (x - a) \text{ және көлденең күштер: } -Q_y = -P_1; Q_z =$$

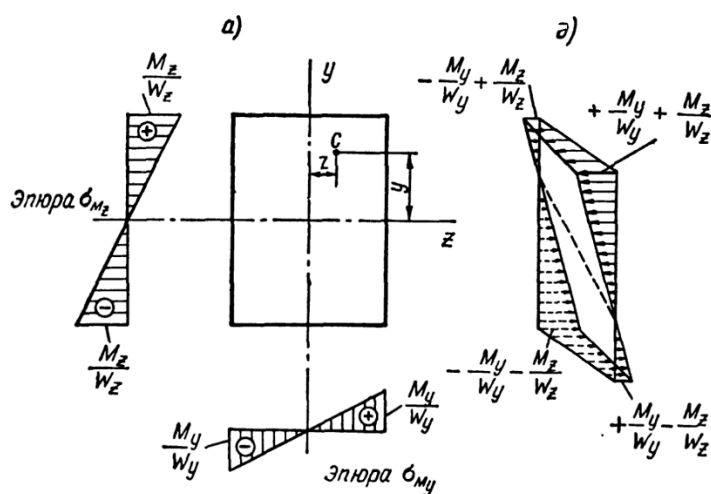
$-P_2$ әсер етеді. Сонда арқалыққа әсер ететін толық иілу моменті тең болады:

$M = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}$; Яғни, арқалықтың екінші аралығында көлденең қиғаш иілу пайда болады.

Сонымен, қиғаш иілуді y және z бас орталық инерция моменттерінің көлденең қималарында әсер етуші екі тура иілу моменттерінің қосындысы деп қарастыруға болады

Күштердің тәуелсіздік ұстанымын (принципін) негізінде екінші (II) аралықтың көлденең қималарындағы тік кернеулер : M_z және M_y моменттерінің кернеулерінің әрқайсысының қосындысына (сомасына) тең. Яғни көлденең қиманың C нүктесінде толық тік кернеу тең болады: (4.2 -сурет).

$$\sigma = \sigma_{M_z} + \sigma_y = \pm \left(\frac{M_z}{J_z} \right) y \pm \left(\frac{M_y}{J_y} \right) z \quad (4.1)$$



4.2 -сурет

Формула (4.1) оң жақтағы бірінші мүшенің алдына + қойылады, егер момент M_z қиманың « y » осінің оң нүктелерінде созылу туғызса; ал екінші мүшенің алдында M_y қиманың « z » осінің оң нүктелерінде созылу туғызса.

Формулада иілу моменттерінің абсолюттік шамалары алынады.

4.2 – суретте екінші аралықтағы қиманың M_z және M_y моменттерінің σ_{M_z} және σ_{M_y} тік кернеулернің эпюралары көрсетілген. Толық иілу моменті

$$M = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}; \quad (4.2)$$

$$\text{осыдан } |M_z| = M \cos \alpha; \quad |M_y| = M \sin \alpha \quad (4.3)$$

мұнда α - ось y -осімен толық моменттің әсер етуші жазықтығының арасындағы бұрыш. Соңғы формуладан табамыз: $|\operatorname{tg} \alpha| = \left| \frac{M_y}{M_z} \right|$ (4.4)

Қиғаш иілуде беріктікке есептеу, бір ось (одноосное) бойымен кернеулік күйді есептеу сияқты, көлденең қимада пайда болатын тік кернеулер есептеледі. Көлденең күштерден (Q_y және Q_z) пайда болатын жанама кернеулер Журавскийдің формуласымен есептеледі:

$$t = QS/(Jb),$$

мұнда: Q – қарастырылып отырған қимадағы көлденең күш;

S – көлденең қиманың бөлініп тасталған бөлігіндегі статикалық момент (бейтарап осьтен алынған);

J – көлденең қиманың бейтарап осьтен алынған инерция моменті;

b - жанама кернеу анықталатын жердегі көлденең қиманың ені.

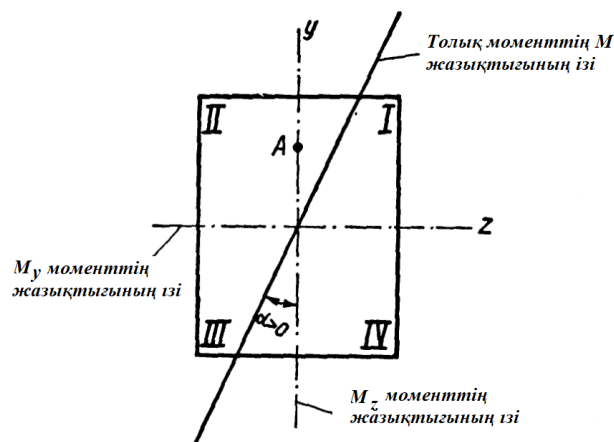
Қиғаш иілуде көлденең қиманың салмақ центрінде тік кернеулер нөлге тең, мұны (4.1) формуладан көруге болады: $y=0, z=0$ (салмақ центрдің координаталары).

Сондықтан, қиғаш иілуде бейтарап ось, тура иілудегі сияқты, көлденең қиманың салмақ центрінен өтеді.

4.3 – суретте арқалықтың екінші аралығындағы көлденең қимада толық иілу моментінің әсер етуші ізі көрсетілген (4.1 – сурет). Аталған із бен « y » осінің арасындағы α бұрышы оң деп есептейміз. Толық иілу моментінің M құрастырушылары M_z және M_y қиманың I квадрантында бір таңбалы кернеу туғызады, сондықтан формулалар (4.1) және (4.3) сүйене отырып мынадай қатынастар жазуға болады:

$$|\sigma| = |M| \left[(\cos \alpha / J_z) y + (\sin \alpha / J_y) z \right].$$

Бейтарап осьтің бойында тік кернеу нөлге тең, бірақ $M \neq 0$, сондықтан бейтарап осьті мына өрнекпен жазуға болады: $(\cos \alpha / J_z) y + (\sin \alpha / J_y) z = 0$,



4.3- сурет

жоғарыдағы теңдіктен бейтарап осьтің теңдеуі шығады: $y = -\operatorname{tg} \alpha (J_z / J_y)$.

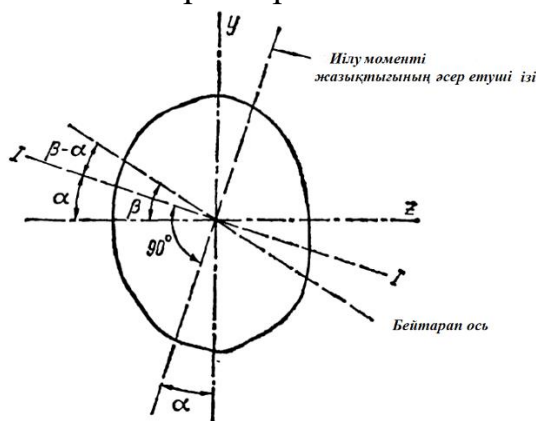
Бейтарап осьтің z осіне тангенс бұрышы β : $(-y/z)$, сондықтан

$$\operatorname{tg} \beta = -y/z = (J_z / J_y) \operatorname{tg} \alpha$$

немесе

$$\operatorname{tg} \beta = (J_z / J_y) \operatorname{tg} \alpha \quad (4.5)$$

Формула (4.5) қиғаш иілуде бейтарап осьтің орнын анықтайды. БҰЛ формулада: β – (z) осін сағат тілімен бұрғанда ол бейтарап осьпен бірігетінін көрсететін бұрыш ($\beta > 0$ болғанда); ал α – (y) осін сағат тілімен бұрғанда ол иілу жазықтығымен бірігетінін көрсететін бұрыш; 4.4 – суретте α және β бұрыштарының оң таңбалы шамалары көрсетілген.



4.4 - сурет

(4.5) формуладан α және β бұрыштары әрқашанда таңбалы бірдей (тура иілуден айырмашылығы) және тең емес екенін көреміз; яғни бейтарап ось иілу жазықтығына перпендикуляр емес. Ол перпендикуляр болады, егер $J_z = J_y$ болса, яғни көлденең қиманың бас инерция моменттері бірдей болса. Бірақ бұл жағдайда кез келген орталық осьтер бас осьтер, сондықтан қиғаш иілу болуы мүмкін емес. Сонымен қатар формуладан бейтарап осьтің орны иілу моментінің шамасына тәуелді емес екені көрінеді, өйткені ол тангенс β бұрышының өрнегіне кірмейді.

Егер $J_z = J_{\max}$, ал $J_y = J_{\min}$, онда $(J_z / J_y) > 1$. Онда формула (4.5) бойынша $\operatorname{tg} \beta > \operatorname{tg} \alpha$ және $\beta > \alpha$

Сонымен, қиғаш иілуде бейтарап ось иілу моментінің жазықтығына перпендикуляр оське (яғни, ось $I-I$, 4.4 сурет) $\beta - \alpha$ бұрышына бұрылып, инерция моментінің шамасы аз болатын оське қарай орналасады.

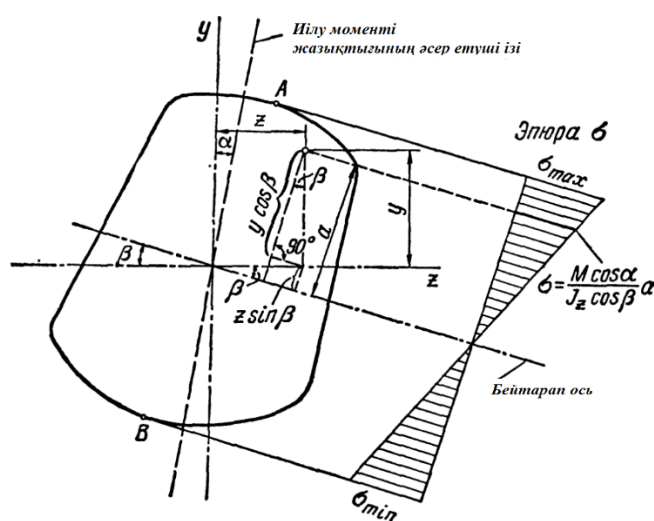
Қиғаш иілудегі беріктікке есептеу нәтижелері иілу жазықтығының «у» осінен шамалы ауытқуы (мысалы 5° градусқа) тік кернеудің 43 % өсуіне әкелетінін көрсетеді.

Сонымен, қиғаш иілуге мынадай тұжырымдама жасауға болады:

Қиғаш иілуде арқалықтың көлденең қимасының нүктесіндегі тік кернеу, тура иілудегі сияқты, осы нүктенің бейтарап оське дейінгі қашықтығына тура пропорционал. Сол себептен ең үлкен кернеу көлденең қиманың бейтарап осьтен ең алыс орналасқан нүктелерде пайда болады.

Мысалы, 4.5- суретте қиғаш иілудегі тік кернеудің эпюрасы келтірілген. Эпюрадағы кернеулердің мәндері бейтарап оське перпендикуляр түзу сызықтан тұрғызылған және y, z осьтері – бас осьтер болып табылады.

Иілу кезінде көлденең қиманың нүктелерінде пайда болатын ең үлкен тік кернеулер (абсолюттік шамалары бойынша) пайда болатын нүктелер қиманың қауіпті нүктелері болып табылады. (4.5 – суретте А және В нүктелері).



4.5 - сурет

Қауіпті нүктелерді табу үшін (4.5) формуласымен β – бұрышын анықтап бейтарап осьті жүргізеді, кейін оған параллель қиманың шетіне жанастырып (контурымен) түзулер жүргізіп, бейтарап осьтен ең алыс орналасқан қауіпті нүктелерді анықтайды.

Сонымен, бейтарап осьтің орнын анықтау қиманың қауіпті нүктелерін анықтау үшін және әрі қарай конструкцияны беріктікке есептеу үшін қажет.

4.2 Центрден тыс созылу немесе сығылу

Центрден тыс созылу немесе сығылу деп сырықтың көлденең қимасында салмақ центрінен өтпейтін бойлық күш - (созылу немесе сығылу) және иілу моменті әсер етіп тұрған жағдайды айтады; қимада сонымен қатар көлденең күш те әсер етуі мүмкін.

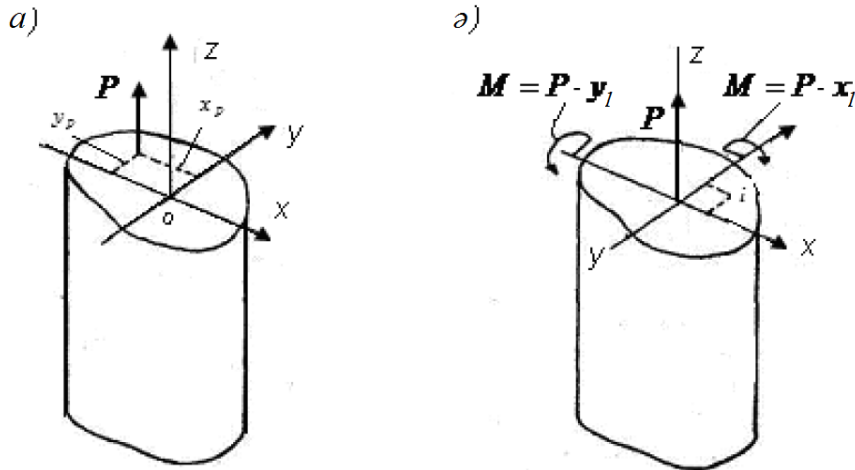
Барлық сыртқы күштердің тең әсері $A(x_p, y_p)$ нүктесі арқылы өтіп тұрған сырықты алып қарастырайық (4.6,а-сурет).

Теориялық механиканың ережесін қолданып P күшін қиманың центріне көшіргенде, қимада екі момент пайда болады (4.6,ә-сурет). Олар:

$$M_x = P \cdot y_P, M_y = P \cdot x_P \quad (4.6)$$

Қиманың бір А нүктесіндегі кернеуді табу үшін, күш әсерінің тәуелсіздігі принципін қолданамыз, яғни әр күштен пайда болатын кернеулерді жеке-жеке тауып алып, содан кейін олардың алгебралық қосындысын анықтаймыз. Мысалы, бойлық күштен ($N=P$) пайда болатын кернеу $\sigma_p = \frac{P}{A}$ болса, ию моменттерінің кернеуі:

$$\sigma = \frac{M_x \cdot y}{J_x} \text{ немесе } \sigma = \frac{M_y \cdot x}{J_y}$$



4.6-сурет

Сонымен, кез келген i нүктесіндегі кернеу

$$\sigma_i = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot y_P \cdot y}{J_x} + \frac{P \cdot x_P \cdot x}{J_y} \quad (4.7)$$

Ең үлкен кернеудің бейтарап сызықтан ең алыс жатқан нүктеде пайда болатыны белгілі. Ал, бейтарап сызықтың жазықтықтағы орнын табу үшін, кернеуді нөлге теңейміз. Сонда,

$$\frac{1}{A} + \frac{y_P \cdot y}{J_x} + \frac{x_P \cdot x}{J_y} = 0 \quad (4.8)$$

Бейтарап сызықтың қима центрі арқылы өтпейтіні соңғы формуладан айқын көрінеді. Ол сызықтың қима центрінен қанша қашықтықта жатқанын табу үшін мынадай шартты белгілер кіргізейік.

$$\frac{1}{A} = c, \frac{x_P}{J_y} = b, \frac{y_P}{J_x} = a \quad (4.9)$$

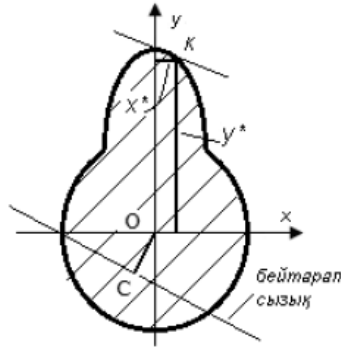
Енді (4.8) формуланы төмендегіше өрнектеуге болады

$$ay + bx + c = 0 \quad (4.10)$$

Аналитикалық геометриядан белгілі формула бойынша, координата басынан кез келген түзуге дейінгі ара-қашықтықты табамыз (4.7-сурет).

$$OC = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ немесе } OC = \frac{\frac{1}{A}}{\sqrt{\frac{y_P^2}{J_x^2} + \frac{x_P^2}{J_y^2}}} bn$$

Бұл формуладан байқайтынымыз күш қима центріне жақындаған сайын, бейтарап сызық шексіздікке ұмтылады ($OC \approx \infty$).



4.7 - сурет

Сонымен қатар, күштің қай нүктеге түсуіне байланысты, бейтарап сызық қиманы екіге бөліп өтуі де мүмкін, ал кейбір кезде, ол қиманы жанап өтуі де мүмкін екені көрінеді. Соңғы жағдайда, қимада тек бір таңбалы кернеулер пайда болатынын да атап өту қажет. Осыған байланысты, қима центріне жақын орналасатын, қима ядросы деп аталатын аудан анықталады. Егер сыртқы күш осы ауданда әсер етсе қимада бір таңбалы кернеу пайда болады, демек, бейтарап ось бұл кезде қиманы кесіп өтпейді.

Бейтарап сызықтан ең алыс жатқан нүктені $k(x^*y^*)$ деп алсақ (4.5-сурет), онда қауіпті кернеу төмендегі формуламен табылады.

$$\sigma_{max} = P \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{y_P \cdot y^*}{J_x} + \frac{x_P \cdot x^*}{J_y} \right) \quad (4.11)$$

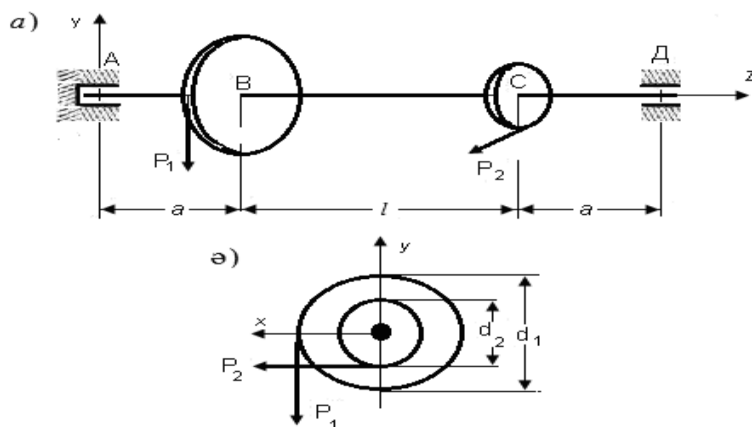
Беріктік шарты өткен тараудағыдай

$$\sigma_{max} \leq [\sigma] \quad (4.12)$$

4.3. Бұралып иілу

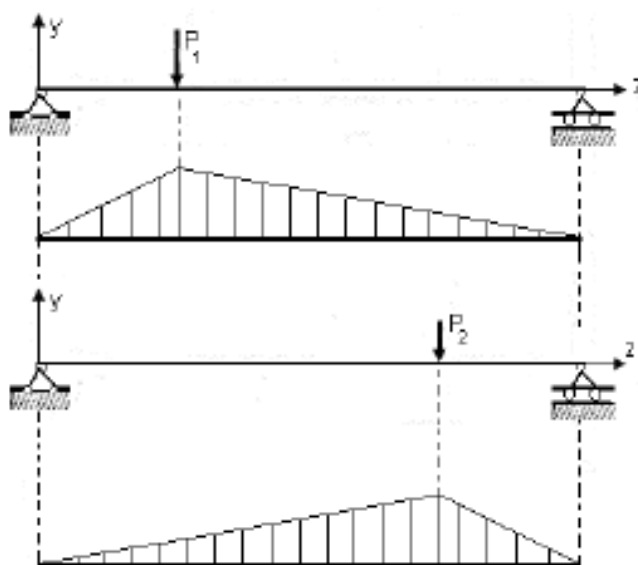
Конструкция бұралу күштеріне қарсы тұрғанда, оған түсіп тұрған сыртқы бұрау моменттерінің әсері ғана ескерілді, яғни жүктеменің «таза бұралу» түрі қарастырылды. Ал, тәжірибеде жиі кездесетін конструкциялар және олардың элементтерінің, тек қана, таза бұралып жұмыс істеуі сирек кездеседі. Мысалы, валға (білікке) әсер ететін бұрау моменттерінен басқа, тісті дөңгелектер, белбеулер (ремни), шынжырлар (цепи) арқылы берілетін күштер, олардың салмақтары да білікті иілуге әсер етеді. Сонымен, тәжірибеде кездесетін конструкциялар мен олардың элементтері, машиналардың көптеген бөлшектері бұралып иілуге жұмыс істейді.

Мысалы төмендегі суретте білікке, екі тісті дөңгелектер бекітіліп, олар арқылы екі күш әсер етіп тұр (4.8, а, ә -суреттер).



4.8-сурет

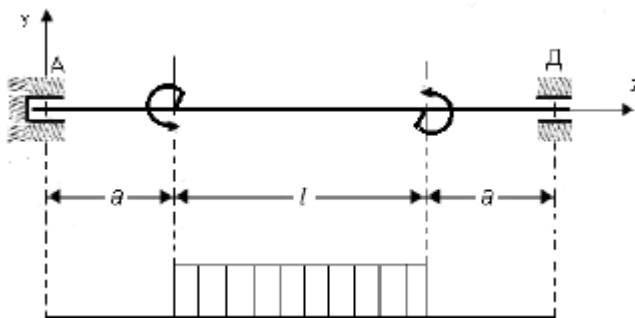
Әр жазықтықтағы (хоз және уоз) моменттердің эпюраларын тұрғызғаннан кейін (4.7-сурет) толық ию моментінің эпюрасын тұрғызу үшін, сәйкес ординаталардың геометриялық орталығы табылады. Табылған мәндер бойынша эпюраны тұрғызылады. Содан кейін, бұрау моментінің эпюрасын тұрғызылып, (4.9-сурет), біліктің қауіпті қимасы белгіленеді. Кернеулерді табу үшін бұрыннан белгілі, тік кернеулер мен жанама кернеулердің формулаларымен қолданамыз.



4.9-сурет

Қиғаш тісті дөңгелектерден пайда болатын бойлық күш (N) және көлденең күш (Q) көптеген есептерде ескерілмейді, ал оларды ескеру керек болса осы күштердің мына формулалары қолданылады.

$$\sigma = \frac{N}{A}; \quad \tau = \frac{Q \cdot S^*}{J \cdot b}$$

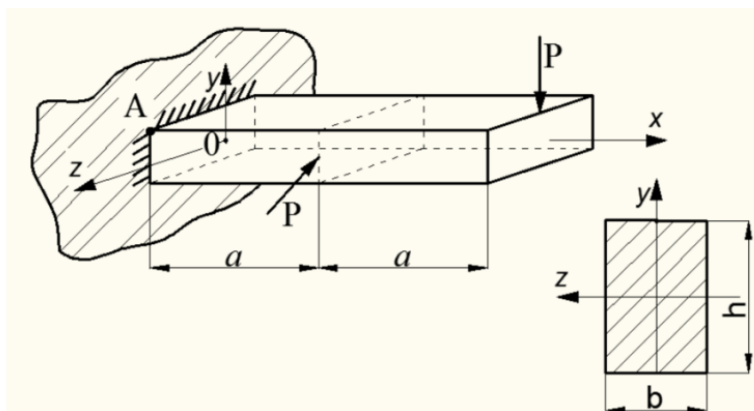


4.10-сурет

Қорыта айтқанда, бұралып иілгенде (немесе «иіліп бұралғанда») жанама кернеудің де, тік кернеудің де беріктікке әсері мына формулалармен анықталады..

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{II}}{W}; \quad \tau = \frac{M_{\delta}}{W_k} + \frac{Q \cdot S^*}{J \cdot b};$$

Мысал 4.1. Қиғаш иілу. Қимасы төтбұрышты сол жақ басы қатты бекітілген білеуге вертикаль және горизонталь бағытта P күштері түсіп тұр (4.11 -сурет). Күштердің шамасы $P = 2,5\text{кН}$, суретте $a = 2\text{м}$, білеудің биіктігінің қалыңдығына қатынасы $h/b = 2$. Табу керек көлденең қиманың өлшемдерін, егер білеудің материалының мүмкін кернеуі $[\sigma] = 1,0 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ болса.



4.11– сурет

Шешімі: Білеу иілгенде оның бекітілген жеріндегі қимада А нүктесінде ең үлкен кернеу пайда болады:

$$\sigma_A = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma] \quad 4.13$$

Мұнда M_y - xOz жазықтығындағы иілу моменті, $M_y = P \cdot 2a$

M_z - yOz жазықтығындағы иілу моменті, $M_z = Pa$

W_y, W_z — координат осьтері арқылы алынған білеудің қарсыласу (кедергі) моменттері.

Формула (4.13) иілу моменттерінің өрнектерін енгізіп және білеудің қимасының қабырғаларының өлшемдерін $h = 2b$ ескере отырып, табамыз:

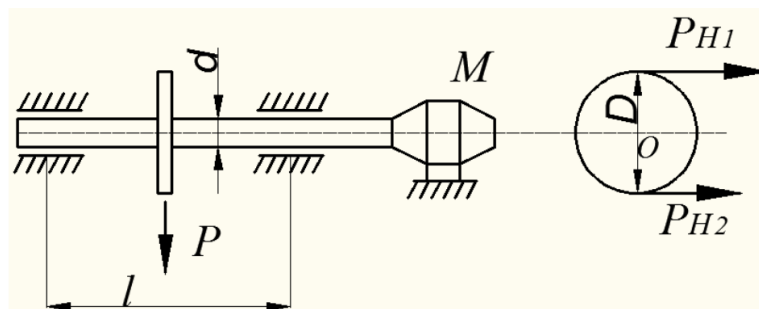
$$\sigma_A = \frac{P \cdot 2a}{\frac{bh^2}{6}} + \frac{P \cdot a}{\frac{hb^2}{6}} = \frac{6Pa}{b^3} = [\sigma]$$

$$\text{осыдан } b = \sqrt[3]{\frac{6Pa}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 2,5 \cdot 200}{1}} = 14,2 \text{ см}$$

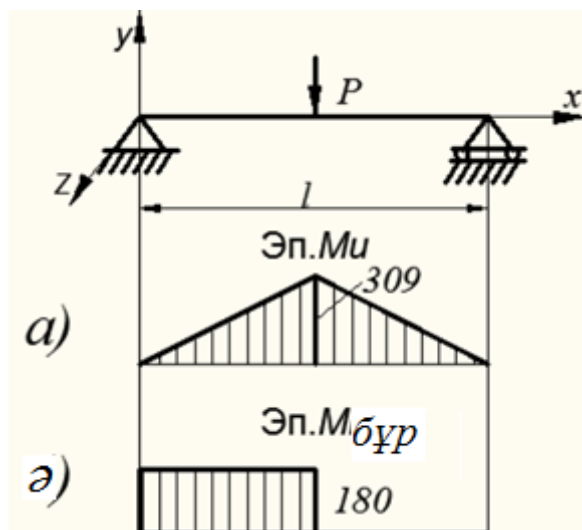
$$\text{Сонда: } h = 2b = 2 \cdot 14,2 = 28,4 \text{ см}$$

Қиманың қабырғаларының мәндерін дөңгелектесек (округляя) оның өлшемдері келесідей болады $b \times h = 15 \times 30 \text{ см}$

Мысал 4.2. Мотор M арқылы қоғалыс алатын валдың ортасында салмағы $P = 5 \text{ кН}$ диаметрі $D = 1,2 \text{ м}$ шкив орнатылған (сурет 4.12). Шкивке киілген бас тартушы (ведущий) ременьнің күші $P_{H1} = 6 \text{ кН}$ ал тартылушы ременьнің (ведомый) күші $P_{H2} = 3 \text{ кН}$. Табу керек валдың диаметрін d , егер валдың материалының мүмкін кернеуі $[\sigma] = 5 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ болса, ал валдардың тіректерінің арасындағы қашықты $l = 1,2 \text{ м}$.



4.12 – сурет. Иілу мен бұралудың валға бірлескен әрекеті.



4.13–сурет.

Иілу және бұралу моменттерінің эпюралары

Шешімі: Ременьдердің тарту күшін валдың орталығы О нүктесіне ауыстырсақ, онда валға горизонталь мынадай күш түсіп тұр:

$$P_r = P_{н1} + P_{н2} = 6 + 3 = 9 \text{ кН}$$

бұралу моменті:

$$M_{бұр} = P_{и1} \cdot \frac{D}{2} - P_{и2} \cdot \frac{D}{2} = 6 \cdot \frac{120}{2} - 3 \cdot \frac{120}{2} = 180 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

Горизонталь күш $P_r=9$ кН және шкивтің салмағына тең вертикаль күш $P_ө=5$ кН валдың қимасында бір бағытта әсер етеді. Олардың теңестіруші күші тең болады:

$$P = \sqrt{P_r^2 + P_ө^2} = \sqrt{9^2 + 5^2} = 10,3 \text{ кН}$$

Теңестіруші күштің ең үлкен иілу моменті валдың ортасында орналасады және оның шамасы тең болады: $M_{и} = \frac{Pl}{4} = \frac{10,3 \cdot 120}{4} = 309 \text{ кН} \cdot \text{см}$

$M_{и}$ және $M_{б}$ (4.13, а, ә.) – суретте көрсетілген.

Ең үлкен жанама кернеудің 3- беріктік теориясы бойынша валдың беріктік шарты мынадай түрде болады:

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$$

Немесе кернеуді иілу және бұралу моменті арқылы өрнектесек $W_p = 2W$ ескре отырып, сонда

$$\frac{1}{W} \sqrt{M_{и}^2 + M_{б}^2} \leq [\sigma]$$

Осыдан қиманның кедергі моменті тең болады:

$$W \geq \frac{\sqrt{M_{\text{н}}^2 + M_6^2}}{[\sigma]} = \frac{\sqrt{309^2 + 180^2}}{5} = 71,6 \text{ см}^3$$

Дөңгелек қиманың $W = 0,1d^3$ болғандықтан, валдың іздеп отырған диаметрін табамыз:

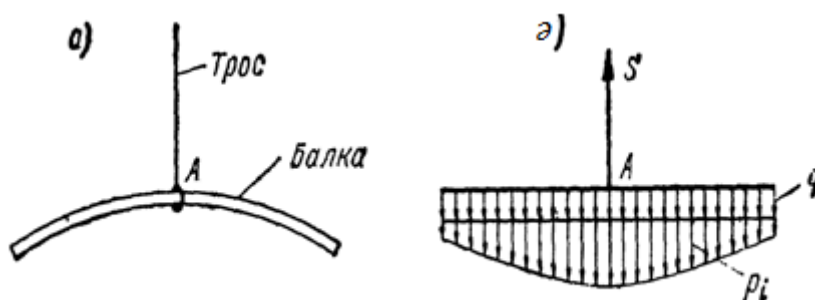
$$d = \sqrt[3]{\frac{W}{0,1}} = \sqrt[3]{716} = 8,95 \text{ см} \approx 9 \text{ см.}$$

5 – Тарау. Динамикалық жүктемелер.

5.1 Динамикалық жүктемелерге түсініктеме. Конструкция элементтері жүктеменің қарқынды өсуіне немесе жүйенің деформациясының өсуіне байланысты инерция күштерінің әсерінде болады. Инерция күштерінің негізінде туындайтын дененің үдемелі қозғалысы **динамикалық жүктемелерге жатады.**

Динамикалық күштердің әсеріне есеп жүргізудің мақсаты конструкцияның беріктігін қамтамасыз ету және шектен тыс деформацияға жол бермеу.

Сыртқы күштердің әсерінен динамикалық жүктемеде тұрған кез келген элемент әр уақытта теңе – теңдікте болады. Бұл ұстаным (принцип) ғылыми – әдебиеттерде Даламбер ұстанымы (принцип Даламбера) деп аталады.



5.1 сурет

Динамикалық жүктеме инерция күштерін туғызады. Инерция күштері салмақ күші сияқты көлемдік күшке жатады, өйткені олар дене көлемінің әрбір элементарлық түйіршігіне әсер етеді. Дененің әрбір элементар түйіршігіне әсер етуші элементар инерция күшінің шамасы dP_i , түйіршіктің массасы мен (dm) оның үдеуінің (a) көбейтіндісіне тең және оған қарсы бағытталады:

$$dP_i = dm \cdot a. \quad (5.1)$$

Элементар түйіршіктің массасы оның салмақ күшінің dG үдеуге g қатынасына тең,

$$dm = dG/g; \text{ осыдан } dP_i = \frac{dG}{g} a = \frac{\gamma dV}{g} a, \quad (5.2)$$

мұнда γ – материалдың меншікті салмағы; dV - элементар түйіршіктің көлемі;

Сырықтар жүйесін есептегенде көлемдік күштер инерция күштерімен ауыстырылады, оның қарқындылығы тең: dP_i/dx ,

мұнда dP_i - ұзындығы dx сырықтың элементар инерция күші;

$$dV \text{ –орнына } Fdx \text{ қойсақ : } dP_i = \frac{\gamma dV}{g} a = \frac{\gamma A dx}{g} a$$

$$p_i = \frac{dP_i}{dx} = \frac{\gamma A}{g} a \quad (4)$$

Формуладағы A -сырықтың көлденең қимасының ауданы. Таралған қарқынды инерциялық күштің өлшемдері: кН/м, Н/см т.с.с.

5.2 Динамикалық жүктемелер, есептеу тәсілдері.

Динамикалық жүктемелер материалда қосымша кернеу туғызады. Ол статикалық кернеуден әрқашанда жоғары.

$\sigma_d = \sigma_{ст} + \sigma^*$ (қосымша кернеу), осыдан статикалық кернеуді сыртқа шығарсақ:

$\sigma_d = \sigma_{ст} \left(1 + \frac{\sigma^*}{\sigma_{ст}}\right)$, жақшаның ішіндегі мәнді динамикалық коэффициент деп атайды.

$$K_d = \left(1 + \frac{\sigma^*}{\sigma_{ст}}\right), \quad \sigma_d = K_d \cdot \sigma_{ст}.$$

Сонымен конструкцияға, оның элементіне динамикалық күш әсер еткенде алдымен статикалық кернеуді тауып алу керек. Осыдан кейін, динамикалық коэффициентті анықтау қажет.

Ал конструкцияның беріктік шарты бұрынғыша (өткен тараулардағы талаптар бойынша) тұжырымдалады:

$$\sigma_d^{max} = K_d \cdot \sigma_{ст}^{max} \leq [\sigma];$$

Динамикалық жүктемелердің үш түрі кездеседі: 1) инерциялық күштер жүктемесі, 2) соққы түріндегі жүктеме, 3) тербеліс жүктемесі

1. Инерция күштеріне есептеу

Жоғарыда айтылғандай, үдеуді анықтағаннан кейін, инерция күшін тауып, оны әсер етуші күшке қосу керек (әсер етуші күш+инерция күші). Бұдан кейін, қарастырылып отырған конструкция, әсер етуші күш және инерция күшінің қосындысынан тұратын статикалық күштерге есептеледі.

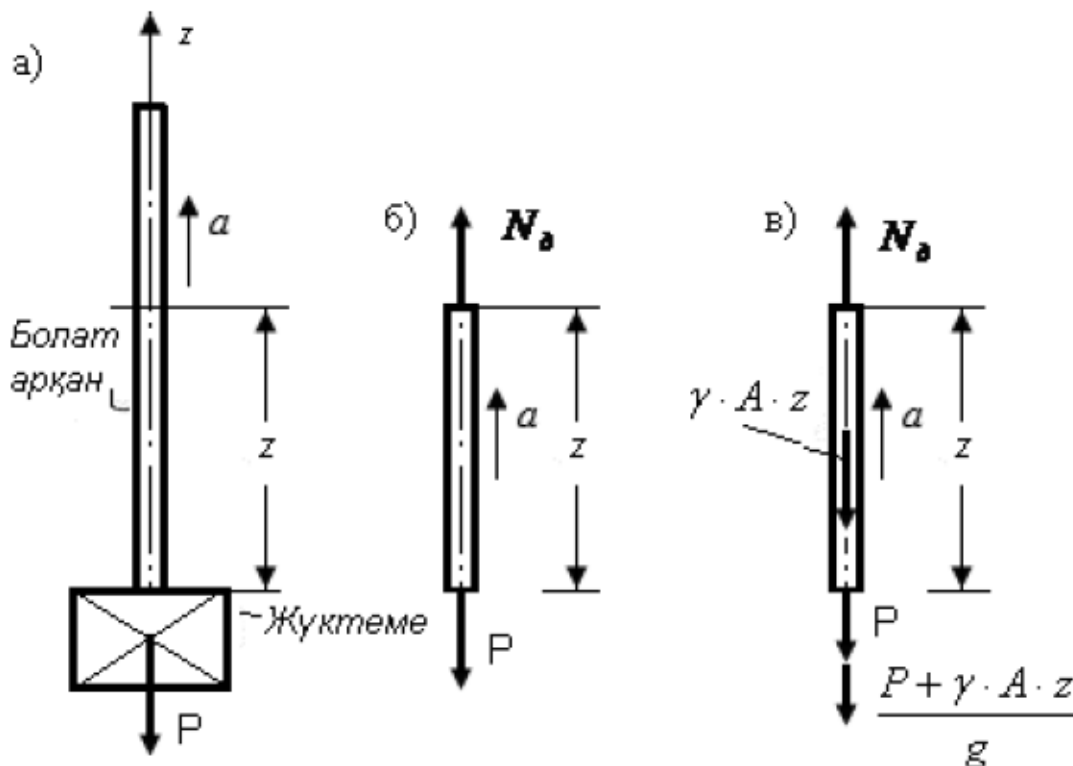
А. Үдемелі түзу сызықты қозғалыстығы кернеу. Элементар инерциялық күшті табамыз:

$$dP_i = dm \cdot a = \frac{\gamma dV}{g} a,$$

мұнда γ – материалдың меншікті салмағы; dV - элементар түйіршіктің көлемі;

Енді төмендегі 5.2 -суреттегі **P** жүгінің болат арқанмен үдемелі көтеруілін қарастырайық.

Даламбер ұстанымы (принципі) бойынша (5.2,б - сурет) болат арқанның төменгі бөлініп тастаған бөлігі күштер жүйесінде тепе - теңдікте тұр.



5.2- сурет

Күштер жүйесіне мыналар жатады:

- 1) P - жүктің салмағы;
 - 2) $g \cdot A \cdot z$ – бөлініп алынған болат арқанның салмағы;
 - 3) $\frac{P + \gamma \cdot A \cdot z}{g} a$ – инерция күші;
 - 4) N_d – динамикалық күштерден туындайтын ішкі күш;
- Барлық күштердің z өсіне проекцияларын түсіреміз:

$$\sum Z = 0, \quad N_d - (P + \gamma \cdot A \cdot z) - \frac{P + \gamma \cdot A \cdot z}{g} a = 0.$$

Бұл теңдіктен динамикалық күштерден туындайтын ішкі күшті табамыз:

$$N_d = (P + \gamma \cdot A \cdot z) (1 + a/g),$$

мұнда: g - болат арқанның меншікті салмағы;

a – жүктің көтерілу үдеуі;

Болат арқанның қимасындағы динамикалық кернеу:

$$\sigma_d = N_d/A = (1 + a/g) \frac{(P + \gamma \cdot A \cdot z)}{A},$$

Бұл формуладағы: $\frac{(P + \gamma \cdot A \cdot z)}{A}$ – статикалық кернеу; $(1 + a/g)$ – динамикалық коэффициент;

$$\sigma_d = k_d \cdot \sigma_{ст} \quad \text{болғандықтан, беріктік шарты}$$

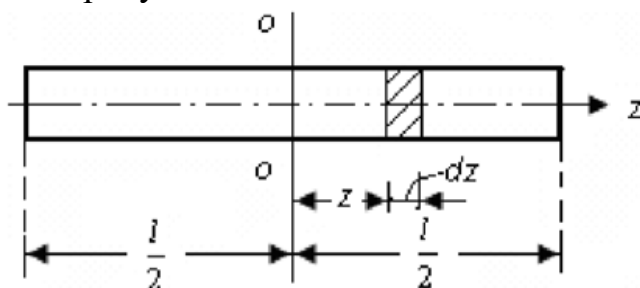
$$\sigma_d^{max} = K_d \sigma_{ст}^{max} \leq [\sigma]; \quad \text{немесе} \quad \sigma_{ст}^{max} \leq \frac{[\sigma]}{k_d};$$

Егер динамикалық коэффициент теориядан таба алмаса, онда оны тәжірибе арқылы тауып, мүмкін кернеуді табылған динамикалық коэффициентке бөліп, шартты түрде динамикалық мүмкін кернеуді қабылдауға болады, яғни

$$[\sigma]_{\text{косымша}} = \frac{[\sigma]}{k_d};$$

Ә. Бірқалыпты айналып тұрған сырықтағы кернеу

Төменде (5.3- суретте) бойлық оське перпендикуляр $o - o$ осі арқылы, бұрыштық жылдамдығы $\omega = \text{const}$ бірқалыпты айналып тұрған сырықтың сызбасы берілген. Сырықтың көлденең қимасының ауданы тұрақты ($A = \text{const}$). Сырықтың бойындағы кернеуді анықтайық.



5.3 сурет

Инерция күшінің қарқындылығын табу үшін аталған $O-O$ өсінен z қашықтықтан, ұзындығы dz элемент бөліп аламыз. Сонда :

$$q_{\text{ин}} = \frac{\gamma \cdot A}{g} a = \frac{\gamma \cdot A}{g} \omega^2 r,$$

Элементтің центрден тепкіш күші тең $dP = q_{\text{ин}} \cdot dz = \frac{\gamma \cdot A}{g} \omega^2 \cdot r \cdot dz$.

Сырықты созатын инерция күшін (центрден тепкіш) төмендегі формуладан табамыз:

$$N_2 = \int_z^{l/2} dP_2 = \frac{(\gamma A)/g}{g} \omega^2 \int_z^{l/2} z dz = \frac{(\gamma A) \omega^2}{g^2} (l^2/4 - z^2);$$

Осы формулаға z мәндерін қойып бойлық күштің (N) ең үлкен шамасын табамыз (N_{max}) $z=0$ болғанда, яғни сырықтың ортасындағы қимада болады.

$$N_{\text{max}} = \frac{\gamma A \cdot \omega^2 \cdot l^2}{8g},$$

Осыдан қимадағы кернеу: $\sigma = N_{\text{max}}/A = \frac{\gamma A \cdot \omega^2 \cdot l^2}{8}$;

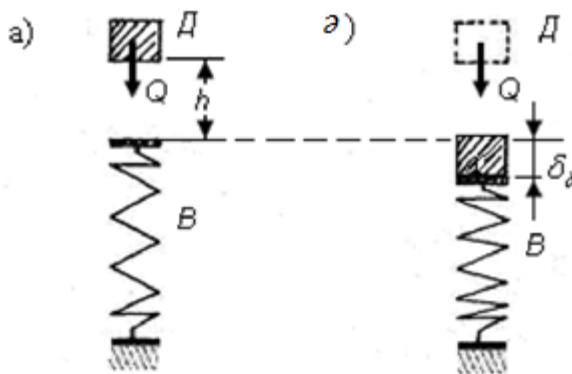
5.3 Соққы түріндегі жүктеме

Конструкцияны немесе оның элементтерін сыртқы күшпен соққанда олардың түйіскен жерлерінде деформация, кернелген күй, энергия шашырауы сияқты өзгерістер болады. Бұлардың бәрін есепке алу өте күрделі және көптеген қиыншылықтар болуы мүмкін. Сондықтан бұл бөлімде соққының серпімді теориясының негізінде есептеудің ең қарапайым тәсілі қарастырылады. Ол үшін мынадай болжамдар қабылданған:

1) соғатын дененің кинетикалық энергиясы түгелімен соғылған дененің потенциалдық энергиясына айналады;

2) соғылған денедегі кернеулермен деформациялардың таралу заңдылығы статикалық күш әсер еткендегідей болады.

Мысалы, салмағы Q абсолютті қатаң дене D (деформацияға түспейтін) белгілі бір биіктіктен h серпімді денеге B құлап түсті дейік. Серпімді дене B біраз деформацияға түседі. Оны δ_d деп белгілейік. Енді энергия теңдігін құрастырайық.



5.3- сурет

$$T = U_d.$$

Формуладағы кинетикалық энергия T жұмысқа тең.

$$T = A_d = Q(h + \delta_d),$$

Динамикалық жүктеме кезіндегі потенциалдық энергия:

$$U_d = \frac{1}{2} \cdot P_d \cdot \delta_d$$

Статикалық жүктемеде қатаңдығы C дененің орын ауыстыруы :

$$\delta_{ст} = Q/C \text{ немесе } C = Q/\delta_{ст}.$$

Динамикалық жүктеме кезінде де кернеу пропорционалдық шектен аспау керек екенін ескерсек,

$$\delta_d = P_d/C \text{ немесе } P_d = \delta_d C;$$

Енді жоғарыдағы формулаларда біраз орын ауыстыру жүргізгеннен кейін

$$\delta_d = \delta_{ст} \pm \sqrt{\delta_{ст}^2 + 2h\delta_{ст}}$$

Түбір астыннан $\delta_{ст}$ шамасын шығарып, орын ауыстырудың үлкен мәнін табамыз. Ол үшін түбірдің алдындағы плюс таңбасын қалдырамыз

$$\delta_d = \delta(1 + \sqrt{1 + 2h/\delta_{ст}})$$

Жақша ішіндегі шаманы динамикалық коэффициент деп қабылдаймыз, яғни

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + 2h/\delta_{ст}} \quad \text{сонда } \delta_d = K_d \cdot \delta_{ст}.$$

Гук заңын қолданып, кернеулер де орын ауыстыру заңдылығына бағынады деп есептейміз, яғни

$\sigma_d = k_d \sigma_{ст}$; Сонда соққы кезіндегі беріктік шартын былай жазылады:

$$\sigma_d^{max} = (1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст}}}) \sigma_{ст}^{max} \leq [\sigma].$$

Бақылау сұрақтары:

1. Динамикалық жүктеме деген не?
2. Конструкцияны динамикалық жүктемеге есептеудің мақсаты қандай?
3. Динамикалық коэффициент деген не және оның формуласы қандай?
4. Динамикалық жүктемедегі конструкцияның беріктік шарты қандай?
5. Үдемелі түзу сызықты қозғалыстығы кернеу деген не?
6. Даламбер принципі деген не?
7. Соққы кезіндегі беріктік шарты қалай жазылады?
8. Соққы кезіндегі динамикалық коэффициенттің формуласы?

5.4 Материалдың беріктік шегі теориясы.

Мор теориясы. Материалдарды сыртқы күшпен жүктеу түріне байланысты олар әртүрлі механикалық жағдайда болады. Сыртқы күш жеткілікті жағдайда (аз мөлшердегі) материал серпімді жұмыс істейді немесе серпімділік жағдайында болады. Сыртқы күшті көбейткенде материалда қалдық деформациялар пайда болады, материал пластикалық ағу жағдайына түседі. Күш шамасын одан әрі жоғарылатқанда материалда жергілікті жарықтар пайда болады, біраздан кейін сынады. Пластикалық материалдар үшін әдетте кернеулік жағдай қалдық деформация пайда болуымен есептеледі, ал морт материалдарда - материалдың қирауымен бірге алынады.

Материалдың механикалық (беріктілігі, қаттылығы, орнықтылығы) жағдайына әсер етуші факторлар көп. Бірақ олар әлі толығымен зерттеліп болған жоқ. Қандай жүктемеде материал бір күйден екінші күйге түседі, қандай жүктемеде оның ішкі қасиеттерінің сапасы өзгереді – ол белгісіз.

Қазіргі қиындық - барлық материалдардың шекті (қауіпті) жағдайын ескеретін ортақ әдістеменің қажет екені белгілі, бірақ мұндай терең зерттеулер жүргізетін механикалық аппаратураның әлі жоқтығы.

Қазіргі кезде материалдардың механикалық шегі теориясы екі бағытпен қалыптасқан. Біріншісі - ескі жол, дәлірек айтсақ жорамалдар (гипотезалар)

негізінде теория құрастырып, дәлелі болмаса да соңынан тәжірибелермен дұрыстығы белгіленген.

Екіншісі: соңғы және көбірек үміт күттіретін бағыт, қарапайым және толық талданған барлық эксперименталдық материалдарды таңдап алуға негізделіп, болжам жасауды минималды деңгейге дейін азайту.

Осы теориялардың ішінде материалдарды беріктікке есептегенде кеңінен қолданып жүрген ос күнгі теорияның бірі - неміс ғалымы Мор теориясы.

Мор теориясы бойынша беріктік шарты былай тұжырымдалады:

$$\sigma_1 - k\sigma_3 \leq [\sigma];$$

мұндағы: σ_1 – ең үлкен тік (нормаль) кернеу;

σ_3 - ең төменгі тік (нормаль) кернеу;

k - коэффициент запаса (қор коэффициенті);

k – қор коэффициенті көптеген техникалық және экономикалық факторларға байланысты қойылады. Машина жасау саласында k әдетте жобалау және машиналарды пайдалану кезіндегі тәэрибеге сүйеніп алынады

5.5 Орнықтылық. Эйлер есебі.

1. Орнықтылық туралы түсінік.

Бұл бөлімде сырықты созылуға және сығылуға беріктігін анықтаудың ерекше айырмашылығы бар екенін айта кету керек. Созылған немесе сығылған элементтің қирауының себебі әртүрлі болуы мүмкін. Созылған сырықтың сыртқы күшпен қарсыласу қабілеті оның материалының беріктігімен шектеледі, ал сығылған сырықтың беріктігі конструкцияның серпімділігіне тәуелді және оның беріктігімен қатар орнықтылығымен де анықталады. Тәжірибе көрсеткендей көптеген қазіргі конструкциялардың қирауы немесе апатқа ұшырауының басты себебі олардың орнықтылығын жоғалтуы.

Сырықтар жүйесіне сыртқы күштер әсер еткенде, олардың бұрынғы қалпын сақтап қалу қасиетін, жалпылама айтқанда, орнықтылық деп атайды. Мысалы, P күшінің әсерінен түзу сырықтың иілуі, жұқа қабырғалы құбырдың сыртқы күштің әсерінен пішінінің өзгеруі, т.с.с. Сыртқы күштердің әсерінен конструкцияның немесе оның элементтерінің орнықтылығын жоғалтатын ең аз күшті «материалдар кедергісінде» - **дағдарыс** күші деп атайды.

Эйлер формуласы. Иілгіш (гибкий) сырықтардың серпімділік жағдайында орнықтылығын жоғалтуын зерттеп, есептеу теориясын алғашқы ашқан (1744 ж.) неміс ғалымы Леонард Эйлер.

Серпімді сырықтың дифференциалдық теңдеуін интегралдау нәтижесінде, Эйлер қадалған күштің әртүрлі жағдайында сырықтың иілу формасын (пішінін) тапты. Эйлердің айтуынша, шамасы $F = \pi^2 C (4l^2)$ центрлік күшпен сығылғанда «сырық иілуге қарсыласпайды»; мұнда l – сырықтың ұзындығы, ал C – тұрақты коэффициент. Кейінірек (1757 ж.) Эйлер былай деп тұжырымдады: «орнықтылығын жоғалтар алдында серпімді сырық бейтарап (безразличное) тепе – теңдік жағдайында болады».

Бұл жағдайда сырық түзу күйінде тепе – теңдігін сақтайды, немесе аз ғана иілуі мүмкін. Эйлер сырықтың бұл күйін «дағдарыс күйі» деп, ал осы күйге түсіретін жүктемені «дағдарыс күші» деп атады. Осы жұмысында Эйлер дағдарыс күшін анықтау формуласын келтірді $F_{\text{дағд.}} = \frac{\pi^2 C}{l^2}$; Формуладағы коэффициент C – ні Эйлер «абсолютті серпімділік» деп жазды. Ол кезде материалдың «серпімділік модулі, инерция моменті» деген ұғымдар болмайтын. Тек жүз жылдан кейін формуладағы коэффициент C – нің иілудегі қаттылық EI екені белгілі болды. Тағы да 50 жылдан кейін ғана Эйлердің формуласы тәжірибеде қолдануға тура келді. Бұған себеп – сығылған конструкция элементтерінің орнықтылығын жоғалтуынан болған бірнеше апаттар (катастрофалар).

Тек 1892 ж. инженер Ясинский формулаға өзгерістер енгізіп, дағдарыс күшін есептеуге арналған Эйлердің формуласын былай келтірді:

$F_{\text{дағд.}} = \frac{\pi^2 J}{(\mu l)^2}$, мұнда μ – сырықтың берілген ұзындығын (l) дағдарыс кезіндегі иілудің жарты толқынына (к длине полуволны изгиба) келтіру коэффициенті;

Енді 5.4 - суреттегі есептің шешілу жолын қарастырайық. Қатандығы тұрақты ($EI = \text{const}$) сырық P күшімен сығылып тұр. P күшінің сырықты дағдарысқа әкелетін шамасын табайық.

Серпімді иілген сырықтың дифференциалдық теңдеуі:

$$d^2y/dx^2 = M/EI, \quad (5.1)$$

Координата басы сырықтың төменгі жағында топсалы тіректе, ал ось x - жоғары бағытталған. Сырықтың абциссасы x қимасындағы июші момент тең:

$$M = -P y;$$

M - нің орнына (5.1) формладағы мәнін қоямыз

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{Py}{EI}, \quad \text{немесе} \quad \frac{d^2y}{dx^2} - k^2y = 0, \quad (5.2)$$

мұнда $k^2 = P/EI$ (5.2) формуладағы дифференциалдық теңдеудің интегралы:

$$y = A \cos kx + B \sin kx \quad (5.3)$$

Формуладағы тұрақты сандар A және B шекті шарттар бойынша анықтауға болады:

a) $y=0$ егер $x=0$ болса, онда (5.3) формуласы негізінде :

$$0 = A \cos 0 + B \sin 0 = A \cdot 1 + B \cdot 0 = A$$

b) $y=0$ егер $x=l$ болса, (5.3) формуласы негізінде :

$$0 = 0 \cos kl + B \sin kl, \quad \text{немесе} \quad B \sin kl = 0 \quad (5.4)$$

Формула (5.4) шарты орындалады, егер $B=0$ немесе $\sin kl=0$ болса.

Бірақ $B = 0$ және $A = 0$ болғанда, есептің мәнін (5.1) теңдеуіне қойсақ, $y = 0$ есептің шартына сай келмейтін өрнегі шығады. Өйткені есептің шарты бойынша $y = 0$ тең болмайтын P күшінің мәнін табу керек.

Сонымен, есептің және (5.4) формуласының шартын қанағаттандыру үшін $\sin kl = 0$ немесе $(k^2 = P/EI)$

$$\sin(l\sqrt{P/(EI)}) = 0 \text{ шартын аламыз}$$

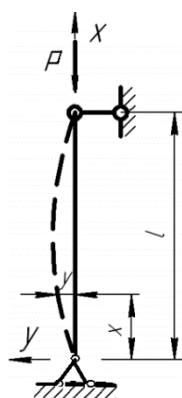
Осыдан $l\sqrt{P/(EI)} = \pi n, n = 1, 2, 3, \dots$

Сыртқы күштің $P = P_{\text{дағд.}}$ ең төменгі шамасы $n = 1$ болады

$$l\sqrt{P_{\text{дағд.}}/(EI)} = \pi,$$

осыдан

$$P_{\text{дағд.}} = \pi^2 EI/l^2 \quad (5.5)$$



5.4 - сурет

Формулары (5.5) ең бірінші Эйлер шығарғандықтан $P_{\text{дағд.}}$ Эйлердің дағдарыс күші дейді. Егер сығатын күш дағдарыс күшінен аз болса, онда түзу сызық түріндегі (бастапқы формадағы) тепе – теңдік орын алады, орнықтылық сақталады.

Енді сырықты басқа түрде бекіткендегі орнықтылығын қарастырайық (5.5 - сурет).

<p>5.5- сурет</p>	<p>5.6- сурет</p>

Бір жағы қатаң бекітілген ұзындығы l центрден сығылған сырықты (AB) қарастырайық. Мұндай сырықтың $P_{\text{дағд}}$ күші шамасында тепе – теңдігінің мүмкін өзгеру сызбасы 5.5-суретте көрсетілген. Жоғарыдағы суреттерді салыстыра отырып, мынаны көруге болады: ұзындығы l бір жағы бекітілген сырықты екі жағы топсалы ұзындығы $2l$ деп қарастыруға болады. Сондықтан бір жағы бекітілген сырықтың $P_{\text{дағд}}$ күшін табу үшін Эйлердің формуласындағы (5.5) l –дің орнына $2l$ қою керек. Сонда :

$$P_{\text{дағд}} = \pi^2 EI / (4l^2) \quad (5.6)$$

Екі жағы бекітілген сырықтың орнықтылығын жоғалтқан жағдайда оның иілу формасы (пішіні) 5.5 –суретте көрсетілген. Ол ортасынан симметриялы, ал оның иілу нүктелері ұзындығының $1/4$ орналасқан. 5.5 және 5.6 суреттерді салыстыра отырып, сырықтың $1/4$ бекітілген бөліктерімен 5.5 суретіндегі AB сырығының центрлік күш түскендегі жағдайы бірдей деп айтуға болады. Яғни, екі жағы бекітілген сырықтың дағдарыс күшін табу үшін (5.6) формуладағы l –дің орнына $l/4$ қою керек, сонда:

$$P_{\text{дағд}} = 4\pi^2 EI / (l^2) \quad (5.7)$$

Бұл формула былай деп тұжырымдалады:

Екі жағы топсалы бекітілген сырықтың дағдарыс күші бір жағы қатты бекітілген, ал екінші жағы бос сырыққа қарағанда 4 есе үлкен; ал екі жағы қатты бекітілген сырықпен салыстырғанда 4 есе аз.

Сондықтан топсалы бекітпелі сырықты негізгі деп қабылдаған.

Сырықтың әртүрлі бекітпемен бекіткендегі Эйлердің дағдарыс күшін анықтау формулаларын (5.5, 5.6, 5.7) былай деп жазуға болады:

$$P_{\text{дағд}} = \pi^2 EI / (\mu l^2), \quad (5.8)$$

мұндағы μ – келтіру коэффициенті; μl - сырықтың келтірілген ұзындығы.

μ - коэффициентімен әртүрлі бекітпемен бекіткен сырықты негізгі түріне келтіруге болады, яғни екі жағы топсалы бекітпемен бекітілген сырыққа келтіреді. Әртүрлі бекітпеде μ - коэффициенті өзгеріп отырады, мысалы:

Екі жағы топсалы сырықта	1,0
Екі жағы қатты бекітпелі сырықта	0,5
Бір жағы қатты, екінші жағы бос сырықта	2,0
Бір жағы қатты, екінші –топсалы бекітпеде	0,7

Жоғарыдағы (5.8) формуладан мынадай тұжырымдама шығады: *дағдарыс күшінің шамасы сырықтың иілгенде көлденең қимасының қаттылығына EI тура пропорционал, ал оның ұзындығының квадратына кері пропорционал.*

Сырықтың орнықтылығын жоғалтуы әдетте оның көлденең қимасының бас осіне перпендикуляр жазықтықта (салыстырмалы инерция моменті ең аз) болады, яғни сырық иілгенде көлденең қималары ось бойынша айналады.

Сондықтан дағдарыс күшін бас орталық инерция моменті I_{min} кезінде есептеу керек.

Дағдарыс күшінің шамасы бойынша дағдарыс кернеуін анықтауға болады, яғни сырықтың түзу формалы тепе – теңдік күйі орнықтылығы жоқ (орныксыз) күйге түсу кернеуі:

$$\sigma_{\text{дағд}} = \frac{P_{\text{дағд}}}{F} = \pi^2 EI / (\mu l^2 F)$$

Формуладағы I – ді A_i^2 – ауыстырып және $\lambda = \mu l / i$ деп белгілеп, дағдарыс кернеуінің өрнегін жазамыз:

$$\sigma_{\text{дағд}} = \pi^2 E / \lambda^2 \quad (5.9)$$

Формуладағы λ сырықтың келтірілген ұзындығының көлденең қимасының инерция радиусына қатынасына тең шама – сырықтың *иілгіштігі* деп аталады. Сырықтың орнықтылығын жоғалтуы әдетте қаттылығы ең төмен жазықтықта болатындықтан, иілгіштік өрнегіне көлденең қиманың минималды инерция радиусы i_{min} кіреді.

Эйлер формуласын қолданғанда оның жуық формула екенін ұмытпау керек және формула дұрыс нәтижені Гук заңы шегінде береді, яғни дағдарыс кернеуі материалдың пропорционалдық шегінен шықпай тұрғанда.

$$\sigma_{кр} \leq \sigma_{пц}$$

Осы формуладан иілудің шегін шығаруға болады $\lambda_{ш} = \pi \sqrt{E / \sigma_{пц}}$

$\lambda_{ш}$ – иілу шегі коэффициенті; бұл коэффициент материалдың физико – механикалық қасиетіне тәуелді;

Осыдан Эйлер формуласының қолдану шегі шығады, яғни формуланы сырықтың иілу шегі материалдың иілу шегіне тең немесе одан төмен болған жағдайда қолдануға болады.

Егер Эйлер формуласын қолдануға болмаса, онда дағдарыс кернеуі Ф.С. Ясинскийдің тәжірибелер негізінде құрған эмпириялық формуласымен анықталады:

$$\sigma_{кр} = a - b \lambda ;$$

Яғни, дағдарыс кернеуі материалдың иілгіш (гибкость) қасиетіне сызықтық функциямен тәуелді, формуладағы « a » және « b » материалдың тұрақты коэффициенттері, олардың өлшемі кернеумен бірдей.

«Дағдарыс күшін» қортындылай келіп, ол сыртқа қарай иіле (орысша. «выпячиваться») бастаған кездегі сырықты сығатын күші деп айтуға болады.

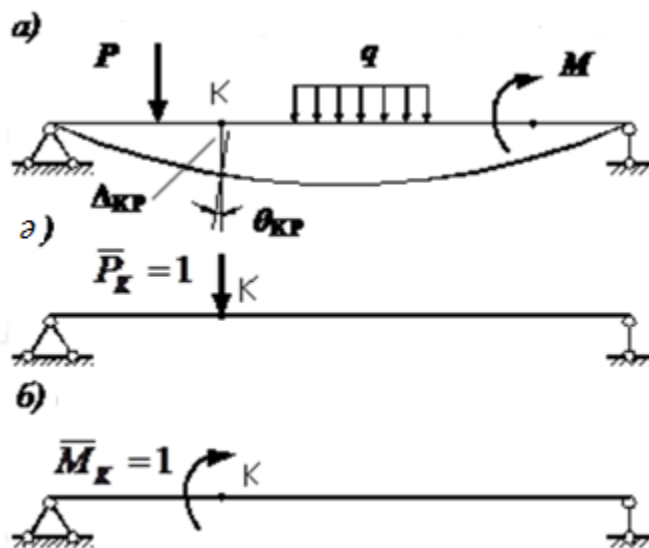
5.6 Серпімді жүйелердің орын ауыстыруы, Мор интегралы.

Мор әдісімен орын ауыстыруды және айналу бұрышын анықтау.

Мор интегралымен арқалықтың берілген қимасының орын ауыстыруын және айналу бұрышын анықтауға болады. Осы әдістің негізінде есептеуге ыңғайлы, яғни интегралды есептемей – ақ орын ауыстыру және айналым бұрышын анықтайтын Верещагин әдісі қолдана бастады. Аталған әдіс бойынша

ізделіп отырған шамалар жүк эпюрасының ауданын екінші бірлік эпюраның ауырлық центріне көбейтіндісіне тең.

Мор формуласын шығару. 5.7- суретте көрсетілген арқалықты қарастырайық. Берілген арқалыққа P жүктеме күші тобы әсер етіп тұр. Жүктеме тобынан пайда болатын арқалықтағы ию моментін M_{XP} және көлдене күшті Q_{YP} деп белгілейік. Мысалы, арқалықтың K нүктесіндегі орын ауыстырын (Δ_{KP}) табу керек.



5.7- сурет. Мор әдісімен орын ауыстыруды анықтау.

Есепті жеңілдету үшін қосымша арқалық енгізейік (жоғарғыдағы арқалық сияқты, бірақ бірлік күшпен немесе бірлік моментпен жүктелген). Қосымша арқалықты бірлік күшпен жүктейік $\bar{P}_K = 1$ (сурет 5.7,ә). Бірлік күшті орын ауыстыруды анықтайтын K нүктесіне түсіреміз. Қосымша арқалықта туындайтын ішкі күштерді \bar{M}_x және \bar{Q}_y деп белгілейміз.

Енді күштердің жұмыстарының теңдігі теоремасына тоқталайық. Бұл теорема бойынша орын ауыстыратын нүктедегі қосымша арқалыққа түскен сыртқы күштердің жұмысы сол нүктедегі орын ауыстыратын ішкі күштердің шамасына тең. Сонда:

$$\bar{P}_K \cdot \Delta_{KP} = \int_0^l M_{FxP} \frac{\bar{M}_x}{EI_x} dz + \int_0^l k Q_{yP} \frac{\bar{Q}_y}{GF} dz$$

Арқалықтағы орын ауыстыруды анықтағанда, әдетте келтірілген формуладағы екінші қосылғышты көлденең күшті ескермеуге болады, сонда $\bar{P}_K = 1$ деп ескерсек, Мор интегралының формуласы төмендегідей болады.

$$\Delta_{KP} = \int_0^l M_{FxP} \frac{\bar{M}_x}{EI_x} dz$$

Келтірілген интегралмен орын ауыстыруды анықтау Мор интегралы әдісімен анықтау деп атайды.

Мор интегралына кіретін ию моменті ($M_{ию}$) арқалықтың кез – келген қимасынан алынады, сондықтан координата z -тің аналитикалық функциясы бар.

Ескертейік, егер K нүктесінде қиманың айналым бұрышын анықтағымыз келсе, онда қосымша арқалыққа бірлік күш емес, бірлік момент жүктеуіміз керек: $\bar{M}_K = 1$ (5.7,б -сурет)

5.7 Мор әдісімен орын ауыстыруды есептеу тәртібі

1. Қосымша арқалыққа орын ауыстыруды анықтайтын нүктеде бірлік күш түсіреміз $\bar{P}_K = 1$, ал айналым бұрышын анықтағанда – бірлік момент $\bar{M}_K = 1$ түсіреміз.

2. Берілген (M_{XP}) және қосымша \bar{M}_x арқалықтың әрбір аралықтары үшін ию моментінің өрнектерін жазамыз;

3. Арқалықтың барлық аралықтарына Мор интегралын есептейміз;

4. Егер есептелген орын ауыстырудың таңбасы оң болса, онда оның бағыты бірлік күштің бағытымен бірдей болғаны; теріс таңба – іздеп отырған орын ауыстырудың бағыты бірлік күшке қарама – қарсы екенін білдіреді.

Мор интегралын есептеу. Мысал

Топсалы бекітпемен бекітілген, иілу қаттылығы $EI_x = const$, ұзындығы l арқалық қарқындылығы q таралған күшпен жүктелген. Табу керек арқалықтың ортасындағы орын ауыстыруды (f) және сол жақ тіректегі айналым бұрышты (θ_A) (5.8 - сурет)

Арқалықтың ортасындағы орын ауыстыруын анықтайтын қимасының астындағы қосымша арқалыққа бірлік күш түсіреміз $\bar{P}_K = 1$.

Берілген және қосымша арқалықтың аралақтарының әрқайсысының ($0 \leq z_1 \leq l/2$; $0 \leq z_2 \leq l/2$) иілу моментінің өрнегін жазамыз.

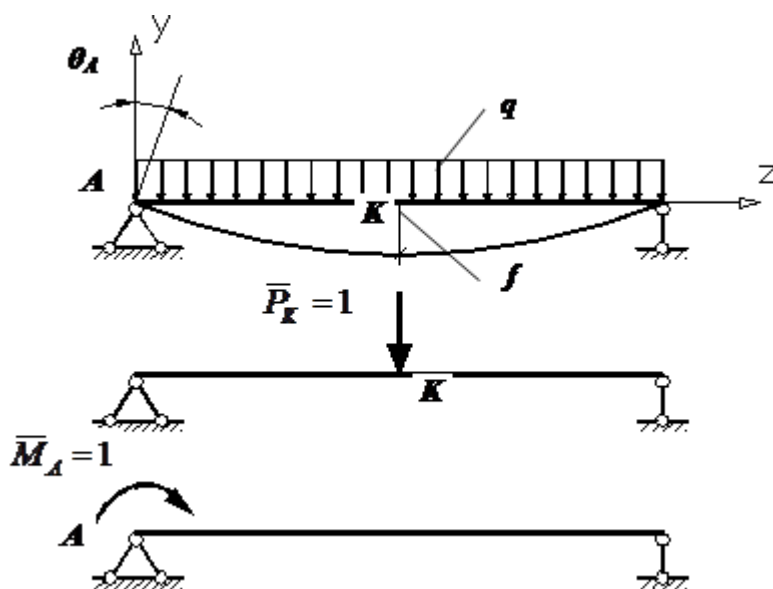
$$M_{XP}(z_1) = +\frac{ql}{2} \cdot z_1 - qz_1 \frac{z_1}{2} = \frac{qz_1}{2} (l - z_1);$$

$$M_{XP}(z_2) = +\frac{ql}{2} \cdot z_2 - qz_2 \frac{z_2}{2} = \frac{qz_2}{2} (l - z_2);$$

$$\bar{M}_x(z_1) = +\frac{1}{2}z_1; \quad \bar{M}_x(z_2) = +\frac{1}{2}z_2;$$

Арқалықтың симметриялы екенін ескере отырып Мор интегралын есептейміз:

$$f = \Delta_{KP} = 2 \frac{1}{EI_x} \int_0^{l/2} \frac{1}{2} z_1 \frac{qz_1}{2} (l - z_1) dz = \frac{2}{EI_x} \frac{q}{4} \left(\frac{z_1^3}{3} l - \frac{z_1^4}{4} \right) \Big|_0^{l/2} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI_x};$$



5.8- сурет

Мор әдісімен айналым бұрышын анықтау

Қосымша арқалықты айналым бұрышты анықтайтын жерге жақын бірлік иілу моментін $\bar{M}_A = 1$ түсіреміз (5.8,б -сурет). Берілген және қосымша арқалықтың бір аралығына ($0 \leq z \leq lz$) иілу моменттерінің өрнегін жазамыз:

$$M_{xP}(z) = +\frac{ql}{2} \cdot z - qz \frac{z}{2} = \frac{qz}{2} (l - z);$$

$$\bar{M}_x(z) = 1 - \frac{1}{l}z.$$

Сонда Мор интегралы мына түрге келеді:

$$\theta_A = \Delta_{AP} = \frac{1}{EI_x} \int_0^l \left(1 - \frac{1}{l}z\right) \frac{qz}{2} (l - z) dz = \frac{1}{EI_x} \frac{q}{2l} \int_0^l \left(z^2 - 2lz + lz^2\right) dz = \frac{1}{24 EI_x} ql^3;$$

Өрнектің оң мәні айналым бұрышының бірлік моментті $\bar{M}_A = 1$ бағытымен бірдей екенін көрсетеді.

5.8 Верещагин ережесі (әдісі).

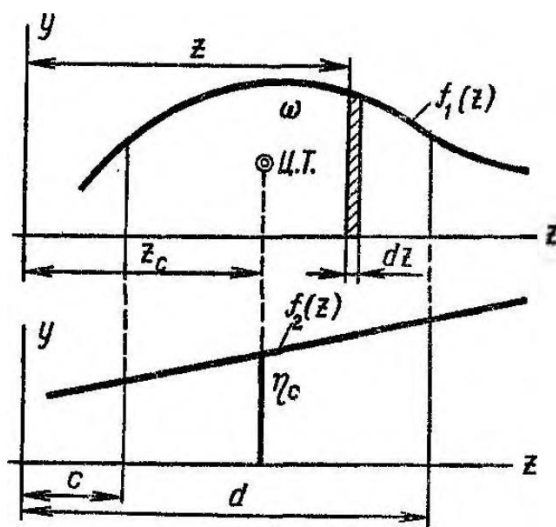
1. Жоғарыдағы Мор интегралын графо - аналитикалық әдіспен шешкен жеңілірек. Бұл әдісті 1925 ж. МИИТ (Московский институт инженеров транспорта) институтының студенті А Верещагин енгізді. Ереже арқалықтың есептеу аралықтары түзу және көлденең қималарының қаттылығы арқалық бойында тұрақты жағдайда қолданады. Мор формуласының жалпы түрі:

$$\Delta_{kp} = \frac{1}{EI_x} \int_c^d M_{xP} M_1 dz$$

Математикалық тұрғыдан есеп екі функциялы көбейтінді түрінде берілген интегралды шығаруға арналған. $M_{XP} = f_1(z)$; $M_1 = f_2(z)$.

Бұл жерде айта кету керек интеграл астындағы өрнек жай ғана иілу моментінің мәні емес, ол аталған моменттердің арқалық бойымен өзгеруін сипаттайтын аналитикалық тәуелділік. Көрсетілген функциялардың графигі иілу моменттері M_{XP} және M_1 эпюралары.

Мысалы, функция $f_1(z)$ – кез келген, ал $f_2(z)$ – сызықтық, яғни $f_2(z) = kz + b$, деп жазайық, мұнда k – бұрыштық коэффициент, b - ордината өсінде кесіліп түсетін түзу сызық. Қарастырылып отырған функциялардың графиктері 5.9 - суретте көрсетілген.



5.9 – сурет

Көрсетілген интегралды шығару үшін $f_2(z)$ орнына оның мәнін қоямыз, сонда

$$\Delta_{kp} = \int_c^d f_1(z) \cdot f_2(z) dz = \int_c^d f_1(z)(kz + b) dz = k \int_c^d f_1(z)z dz + b \int_c^d f_1(z) dz$$

$f_1(z)dz$ – суретте штрихпен көрсетілген элементар трапецияның ауданы. Сондықтан екінші интеграл сызықтық емес функцияның ауданы, оны әдетте – ω деп белгілейді.

Бірінші интеграл астындағы өрнек ордината өсінен алынған элементар ауданның статикалық моменті.

$$S_{y\omega} = \int_c^d f_1(z)z dz$$

Ауданның статикалық моменті оның ауырлық орталығының координатасының көбейтіндісіне тең: $S_{y\omega} = \omega \cdot z_c$;

Сонымен мына өрнекке келеміз:

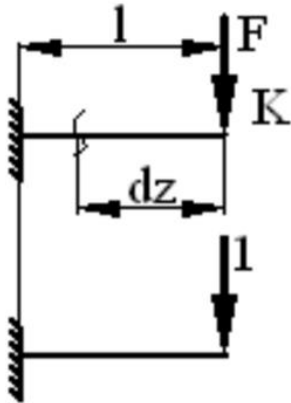
$$\int_0^d f_1(z) \cdot f_2(z) dz = \omega(kz_c + b),$$

мұнда $(kz_c + b)$ – сызықтық функцияның сызықтық емес функцияның эпюрасының астында орналасқан ординатасы, оны η_c белгілеп, Верещагин ережесінің соңғы математикалық өрнегін жазамыз:

$$\Delta_{kp} = \sum \frac{1}{E J_X} \cdot \int M_{XP} \cdot M_1 dz = \sum \frac{\omega \eta_c}{E J_X},$$

5.9 Мор - Верещагин әдісіне мысалдар.

Мысал 5.1. Арқалықтың K нүктесінің орын ауыстырын Мор интегралымен анықтау.



1) Сыртқы күштен иілу моментінің теңдеуін құрастырамыз

$$M_F = -Fz$$

2) K нүктесіне бірлік күш түсіреміз

$$F = 1$$

3) Бірлік күштің иілу моментінің теңдеуін құрастырамыз

$$\bar{M} = -1 \cdot z$$

4) Мор формуласымен орын ауыстыруды анықтаймыз

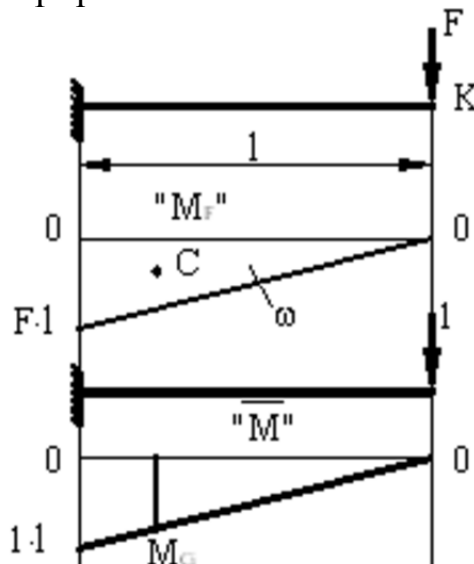
$$y_k = \frac{1}{E J} \cdot \int M_F \bar{M} dz = \frac{Fz^3}{EJ} \Big|_0^l = \frac{Fl^3}{3EJ}$$

5.10- сурет

Мысал 5.2. Арқалықтың K нүктесінің орын ауыстырын Верещагин әдісімен анықтау.

1) Жүк эпюрасын сызамыз: $M_F = -Fl$

2) K нүктесіне бірлік күш түсіреміз $F = 1$



5.10 - сурет

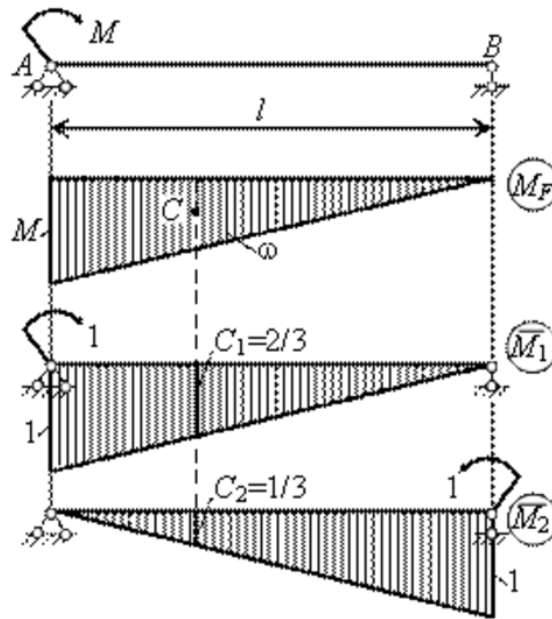
3) Бірлік күш эпюрасын сызамыз $\bar{M} = 1 \cdot l$

4) К нүктесінің орын ауыстыруын анықтаймыз:

$$y_k = \frac{1}{EJ} \cdot \sum \omega \cdot \bar{M}_C$$

$$\omega = \frac{1}{2} Fl \cdot l; \quad \bar{M}_C = \frac{2}{3} l; \quad y_k = \frac{Fl \cdot l \cdot 2l}{2 \cdot 3 EJ} = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot EJ}$$

Мысал 5.3. Арқалықтың A және B тіректеріндегі бұралу бұрыштарын анықтау



5.11- сурет

A және B қималарында берілген жүктің және бірлік моменттердің эпюрасын сызамыз.

Іздеп отырған орын ауыстыруды Мордың интегралымен анықтаймыз:

$$\theta_A = \int_0^l M_F M_1 dz / (EI_x)$$

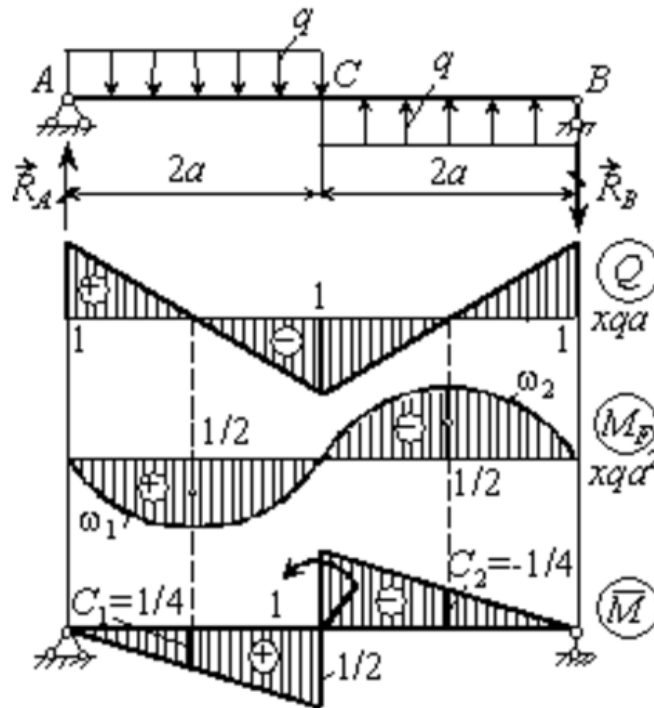
$$\theta_A = \int_0^l M_F M_2 dz / (EI_x)$$

Табылған бұрыштарды Верещагин әдісімен есептейміз. Эпюралардың көрсеткіштерін табамыз: $\omega = \frac{hl}{2} = \frac{Ml}{2}$; $C_1 = \frac{2}{3}$; $C_2 = \frac{1}{3}$; және A , B тіректерінің айналу бұрышын табамыз:

$$\theta_A = \frac{\omega C_1}{E J_X} = \frac{M l}{2E J_X} \cdot \frac{2}{3} = \frac{M l}{3E J_X};$$

$$\theta_B = \frac{\omega}{E J_X} = \frac{M l}{6E J_X};$$

Мысал 5.4. Берілген арқалықтың С нүктесіндегі айналу бұрышын анықтау керек.



5.12- сурет

Тірек реакцияларын табамыз: $\sum Y_i = 0$, осыдан $R_A = R_B$.

$$\sum m_A = 0, \quad R_B \cdot 4a = q \cdot 2a \cdot 2a, \quad R_B = R_A = q \cdot a$$

С қимасының айналым бұрышын анықтау үшін берілген жүктеменің иілу моментін және бірлік моменттің эпюрасын сызамыз.

Мор интегралын Верещагин әдісімен есептейміз. Эпюралардың көрсеткіштері төмендегідей болады:

$$\omega_1 = \frac{2 h l}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{qa^2}{2} \cdot 2a = \frac{2qa^3}{3},$$

$$\omega_2 = -\omega_1 = -\frac{2qa^3}{3}, \quad C_2 = -C_1,$$

осыдан ізделіп отырған бұрышты табамыз:

$$\theta_C = \frac{\omega_1 c_1 + \omega_2 c_2}{EJ_X} = \frac{qa^3}{EJ_X} \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{qa^3}{3EJ_X};$$

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

- 1 Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Учеб. для вузов. - 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.- 500 с.
- 2 Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов М.: Машиностроение, 2009. - 402 с.
- 3 Ицкович Г.М. Сопротивление материалов. Учебник для техникумов. Издательство: Высш. школа. 2016. - 352 с.
- 4 Түсіпов А., Түсіпова С. Материалдар кедергісі: оқулық-2-бас., өнд. Алматы, 2012. - 400 бет.
- 5 Жүнісбеков С., Қадырбаев А.К. Материалдар кедергісі: оқулық. Алматы: «Бастау», 2008. -371 бет.
- 6 Рахымбекова З. Материалдар кедергісі. Оқулық. Ы.Алтынсарин атындағы Қазақтың білім академиясының Республикалық баспа кабинеті, Алматы. 1999 ж., - 290 бет.
- 7 Под редакцией Качурина В.К. Сборник задач по сопротивлению материалов.изд «Наука», Москва, 2008. - 432 с.
- 8 Түсіпов А. Материалдар кедергісінің есептер жинағы. Оқулық. Алматы. 2012. – 216 бет.